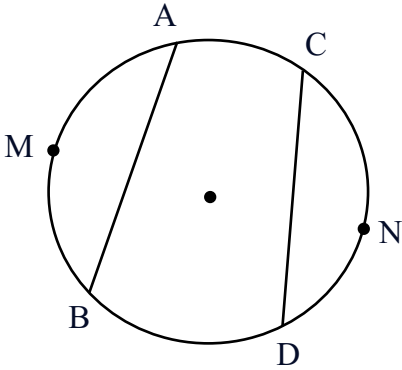


दहावी गणित भाग २

प्रकरण ३ – वर्तुळ

### एक गुणांचे प्रश्न

- (1) त्रिज्या अनुक्रमे 5.5 सेमी आणि 3.3 सेमी असलेली दोन वर्तुळे परस्परांना स्पर्श करतात. त्यांच्या केंद्रांतील अंतर किती सेमी आहे? (मार्च '20)
- (2) एकमेकांना बाहेरून स्पर्श करणाऱ्या दोन वर्तुळांना जास्तीत जास्त किती सामाईक स्पर्शिका काढता येतील ? (मार्च '19)
- (3) A, B, C हे तीन नैकरेषीय बिंदू असतील, तर त्या तीनही बिंदूंमधून जाणारी किती वर्तुळे काढता येतील ? (जुलै '19)
- (4) केंद्र 'O' असलेल्या वर्तुळाच्या कंस PRQ मध्ये,  $\angle PRQ$  अंतर्लिखित केला आहे. जर  $\angle PRQ = 75^\circ$ , तर  $m$  (कंस PRQ) =? (नोव्हें. '20; सप्टें. '21)
- (5) केंद्र 'O' असलेल्या वर्तुळाच्या कंस ACB मध्ये,  $\angle ACB$  अंतर्लिखित केला आहे. जर  $\angle ACB = 65^\circ$ , तर  $m$  (कंस ACB) =? (मार्च 19)
- (6) आकृतीत, कंस AMB = कंस CND.
- (i) जर  $AB = 5$  सेमी तर CD ची लांबी काढा.
- (ii) जर जीवा  $AB =$  जीवा  $CD$  व  $m$  (कंस AB) =  $120^\circ$ , तर  $m$  (कंस CD) काढा. (मार्च '22)

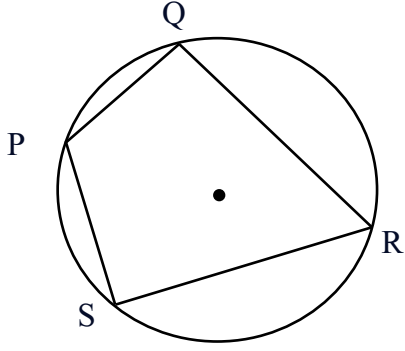


(7) C केंद्र असलेल्या वर्तुळाची त्रिज्या 6 सेमी आहे. रेषा AB ही त्या वर्तुळाला A बिंदूपाशी स्पर्श करते, तर  $\angle CAB$  चे माप काढा. (सप्टें. '21)

(8) आकृतीत, (i)  $\angle PSR = 80^\circ$  तर (i)  $\angle PQR$  काढा.

(ii)  $\angle P = 110^\circ$ , तर  $\angle R$  चे माप काढा. (मार्च 2020)

(iii)  $\angle P = 75^\circ$  तर  $\angle R$  चे माप किती असेल? (नोव्हेंबर 2020)



### दोन गुणांचे प्रश्न

(1) आकृतीमध्ये, केंद्र O असलेल्या वर्तुळाच्या जीवा AB ची लांबी वर्तुळाच्या त्रिज्येएवढी आहे. तर -

$\angle AOB$  आणि  $\angle ACB$  काढा. (सप्टेंबर 21) तसेच कंस AB आणि कंस ACB यांची मापे काढा. (सरावसंच ३.४ - १)

(2) आकृतीत, बिंदू M वर्तुळकेंद्र आणि रेषा KL हा स्पर्शिकाखंड आहे. जर  $MK = 12$ ,  $KL = 6\sqrt{3}$  तर

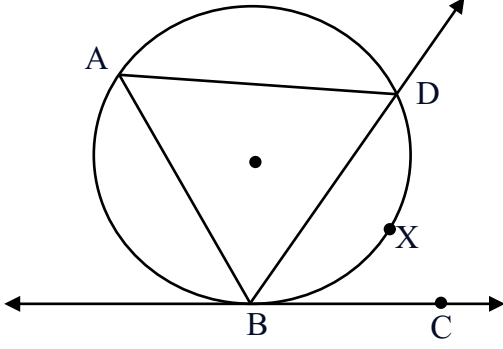
(i) वर्तुळाची त्रिज्या काढा.

(ii)  $\angle K$  आणि  $\angle M$  यांची मापे काढा. (मार्च 2020)

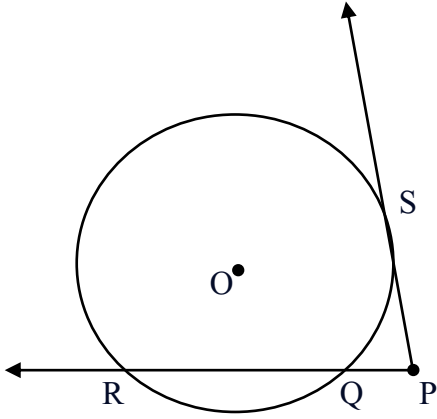
(3) आकृतीत रेषा BC ही वर्तुळास B या बिंदूत स्पर्श करणारी स्पर्शिका असून,  $\angle DBC = 50^\circ$

तर खालील किमंती काढा.

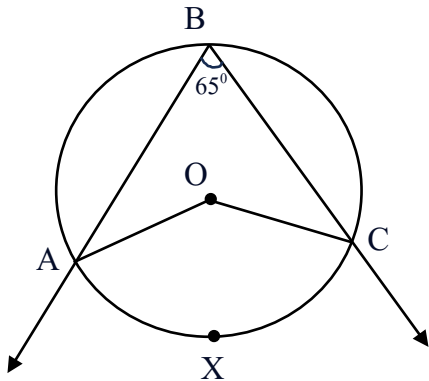
(i) m (कंस BXD)      (ii)  $\angle BAD$



(4) आकृतीमध्ये 'O' केंद्र असलेल्या वर्तुळाचा रेख PS हा स्पर्शिकाखंड आहे आणि स्पर्शबिंदू S आहे. रेषा PR ही वृत्तछेदिका आहे. जर  $PQ = 3.6$ ,  $QR = 6.4$ ; तर PS काढा. (मार्च '20)

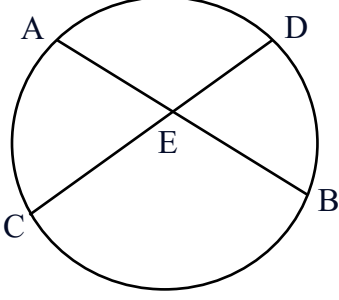


(5) बाजूच्या आकृतीत वर्तुळकेंद्र आहे.  $\angle ABC$  हा कंस ABC मध्ये अंतर्लिखित आहे.  $\angle ABC = 65^\circ$ , तर  $\angle AOC$  चे माप काढण्यासाठी पुढील कृती पूर्ण करा:



(6) सिद्ध करा की, एकाच कंसातील अंतर्लिखित कोन एकरूप असतात. (मार्च '19)

(7) आकृतीत, जीवा AB व जीवा CD एकमेकींना बिंदू E मध्ये छेदतात. जर  $AE = 15$ ,  $EB = 6$ ,  $CE = 12$ , तर ED ची किंमत काढा (नोव्हें. '20)



(8) वर्तुळाच्या जीवेमुळे झालेल्या दोन कंसांची मापे अनुक्रमे  $2x^\circ$  व  $7x^\circ$  असतील, तर लघुकंसाचे माप काढा. (सप्टें. '21)

तीन गुणांचे प्रश्न

(1) 'वर्तुळाच्या बाह्यभागातील बिंदुपासून त्या वर्तुळाला काढलेले स्पर्शिकाखंड एकरूप असतात', हे सिद्ध करा. (मार्च 2020)

(2) चक्रीय चौकोनाचे संमुख कोन पूरक असतात, हे सिद्ध करा.

(3) आकृतीत, केंद्र X आणि Y असलेली वर्तुळे परस्परांना बिंदू Z मध्ये स्पर्श करतात. बिंदू Z मधून जाणारी वृत्तछेदिका त्या वर्तुळांना अनुक्रमे बिंदू A व बिंदू B मध्ये छेदते. तर सिद्ध करा, त्रिज्या  $XA \parallel$  त्रिज्या  $YB$ . पुढे दिलेल्या सिद्धतेतील रिकाम्या जागा भरून पूर्ण सिद्धता लिहून काढा : (3 गुण) (सप्टें. '21) (आकृती संकीर्ण – 7)

(4) पुढील आकृतीत रेख AB हा केंद्र P असलेल्या वर्तुळाचा व्यास आहे. बिंदू C हा वर्तुळावरील कोणताही बिंदू आहे. रेख CE  $\perp$  रेख AB, तर सिद्ध करा CE हा AE आणि EB यांचा भूमितीमध्य आहे. पुढे दिलेल्या पायऱ्यांनी सिद्धता लिहा :

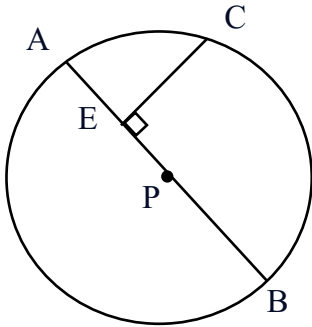
(a) किरण CE काढा. तो वर्तुळाला ज्या बिंदूत छेदील त्या बिंदूला D हे नाव द्या.

(b)  $CE = ED$  दाखवा.

(c) जीवांच्या अंतछेदनाचे प्रमेय वापरून समानता लिहा.

(d)  $CE = ED$  वापरून साध्य सिद्ध करा.

(3 गुण) (जुलै '19)



(5) बिंदू M हा दोन अंतस्पर्शी वर्तुळांचा स्पर्शबिंदू आहे. रेषा AMB ही त्यांची सामाईक स्पर्शिका आहे. मोठ्या वर्तुळाची जीवा CD ही लहान वर्तुळाला बिंदू N मध्ये स्पर्श करते आणि मोठ्या वर्तुळाच्या जीवा CM व जीवा DM लहान वर्तुळाला अनुक्रमे बिंदू P व R मध्ये छेदतात. (3 गुण) (नोव्हें. '20)

(a) वरील माहितीच्या आधारे योग्य आकृती काढा.

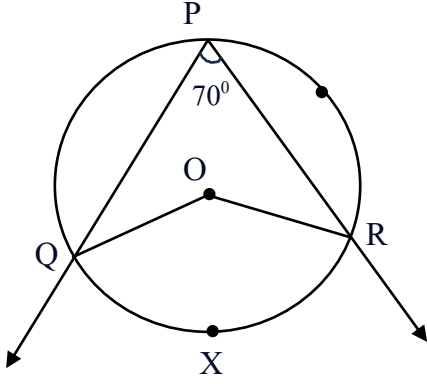
(b) रेख NR व रेख NM काढले असता स्पर्शिका व छेदिकांचा विचार करून लहान वर्तुळातील एकरूप कोनांच्या दोन जोड्या लिहा.

(c) वरील उपप्रश्न (b) मध्ये वापरलेल्या गुणधर्माचा वापर करून मोठ्या वर्तुळातील एकरूप कोनांच्या दोन जोड्या लिहा.

(6) आकृतीमध्ये, O वर्तुळकेंद्र आहे,  $\angle QPR = 70^\circ$  व  $m(\text{कंस PYR}) = 160^\circ$ ; तर

पुढील किमती काढा : (मार्च '19)

(i)  $m(\text{कंस QXR})$  (ii)  $\angle QOR$  (iii)  $\angle PQR$ .



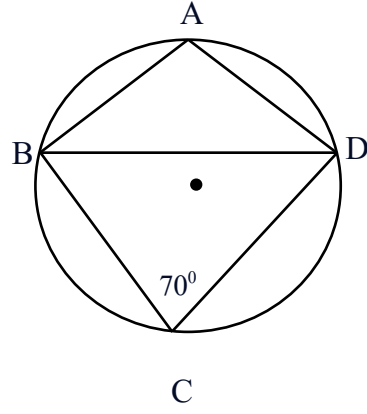
(7) बिंदू A, B आणि C केंद्रे असलेली तीन वर्तुळे परस्परांना बाहेरून स्पर्श करतात. जर  $AB = 3$  सेमी,  $BC = 3$  सेमी आणि  $CA = 4$  सेमी, तर प्रत्येक वर्तुळाची त्रिज्या काढा. (मार्च '20)

(8)  $\square ABCD$  या चक्रीय चौकोनात  $AB = AD$ .  $\angle BCD = 70^\circ$ ,

तर पुढील किमती काढा : (सप्टें. '21)

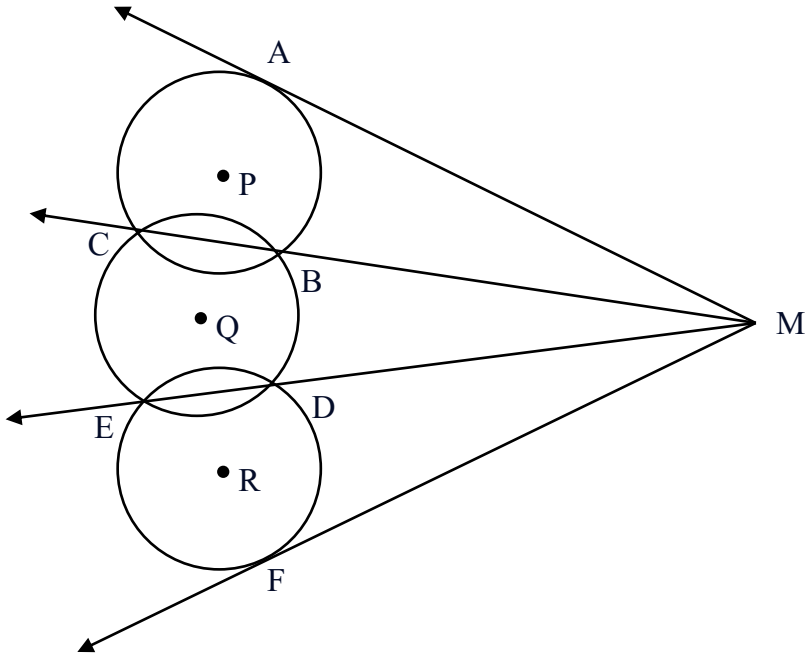
(a)  $m(\text{कंस BCD})$

(b)  $m(\text{कंस BAD})$



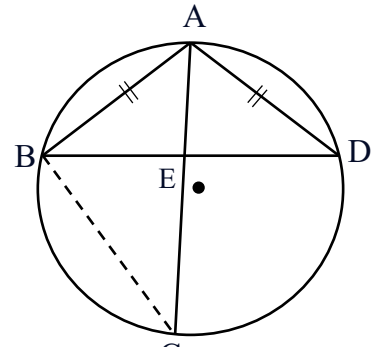
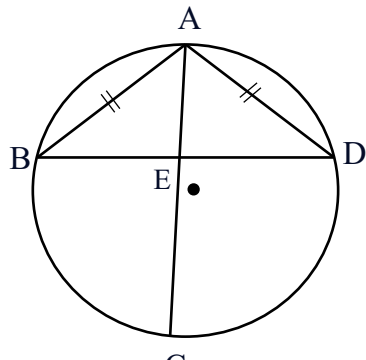
चार गुणांचे प्रश्न

(1) बिंदू P, Q व R ही केंद्रे असलेली वर्तुळे बिंदू B, C, D व E मध्ये, आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे छेदतात. रेषा CB व ED, बिंदू M मध्ये छेदतात. बिंदू M मधून काढलेल्या रेषा वर्तुळांस बिंदू A व बिंदू F मध्ये स्पर्श करतात; तर सिद्ध करा की,  $MA = MF$ . (4 गुण) (जुलै '19)



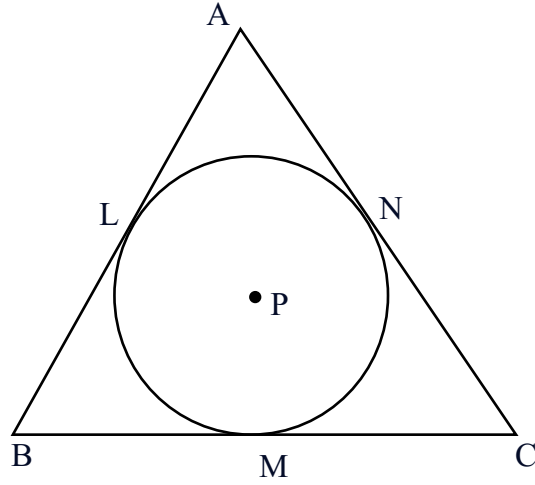
(2) आकृतीत, जीवा  $AB =$  जीवा  $AD$ . जीवा  $AC$  व जीवा  $BD$  परस्परांना बिंदू  $E$  मध्ये छेदतात. तर सिद्ध करा :  $AB^2 = AE \times AC$ .

(4 गुण) (नोव्हें. '20)



(3) वरील आकृतीत, P केंद्र असलेले वर्तुळ  $\triangle ABC$  मध्ये अंतर्लिखित असून, बाजू AB, बाजू BC व बाजू AC ला अनुक्रमे L, M व N या बिंदूत स्पर्श करते. या वर्तुळाची त्रिज्या, आहे. सिद्ध करा की :

$$A(\triangle ABC) = \frac{1}{2} (AB + BC + AC) \times r \text{ (मार्च '19)}$$



(4) जर चक्रीय चौकोनाचे दोन लगतचे कोन एकरूप असतील, तर सिद्ध करा की, संमुख बाजूंची एक जोडी समांतर व दुसरी जोडी एकरूप असते. (सप्टें. '21)