सत्यमेव जयते

महाराष्ट्र शासन

राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद,महाराष्ट्र

# सेतू अभ्यासक्रम

## इयत्ता दहावी-गणित (भाग 1 व 2)

## शैक्षणिक वर्ष : 2021 -2022

45 दिवस

ज्ञानसेवा तु साफल्यम्

# सेतू अभ्यासक्रम (ब्रीज कोर्स) : इयत्ता दहावी


- प्रवर्तक : शालेय शिक्षण विभाग,महाराष्ट्र शासन
- प्रकाशक : राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद ,महाराष्ट्र, पुणे.
- प्रेरणा : **मा. वंदना कृष्णा**, (भा.प्र.से.)
  अपर मुख्य सचिव, शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग, मंत्रालय,मुंबई.
- मार्गदर्शक : **मा.विशाल सोळंकी**, (भा.प्र.से.)
  आयुक्त (शिक्षण), महाराष्ट्र राज्य, पुणे.

  **मा.राहुल द्विवेदी**(भा.प्र.से.)
  राज्य प्रकल्प संचालक,महाराष्ट्र प्राथमिक शिक्षण परिषद,मुंबई.
- संपादक : **मा. दिनकर टेमकर**
  संचालक,राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद ,महाराष्ट्र, पुणे.
- सहसंपादक : **डॉ.विलास पाटील**
  सहसंचालक, राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद ,महाराष्ट्र, पुणे.
- कार्यकारी संपादक: **विकास गरड**,
  प्र.प्राचार्य,राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद ,महाराष्ट्र, पुणे.

  **डॉ.प्रभाकर क्षीरसागर**
  वरिष्ठ अधिव्याख्याता, गणित विभाग,
  राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद ,महाराष्ट्र, पुणे.
  **वृषाली गायकवाड**
  अधिव्याख्याता, गणित विभाग,
  राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद ,महाराष्ट्र, पुणे.
- संपादन सहाय्य : **वैशाली गाढवे ,भक्ती जोशी,**
  विषय सहाय्यक,गणित विभाग,
  राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद ,महाराष्ट्र, पुणे.
- निर्मिती सदस्य :
  १. **डॉ.नितू गावंडे** वरिष्ठ अधिव्याख्याता, जिल्हा शिक्षण व प्रशिक्षण संस्था, नागपूर
  २. **श्रीमती निलोफर पटेल** अधिव्याख्याता, प्रादेशिक विद्या प्राधिकरण, औरंगाबाद
  ३. **श्री.अतुल पटवा** सहशिक्षक, भाऊसाहेब फिरोदिया हायस्कूल, अहमदनगर
  ४. **श्री.संजीव भोर** सहशिक्षक, श्री रेणुका माध्यमिक विद्यालय, रासे, ता.खेड जि.पुणे
  ५. **श्री. प्रमोद बेंद्रे** सहशिक्षक, रंगराव देशमुख माध्य. विद्यालय अंबवडे बु।। ता. सातारा
  ६. **श्री.शिवप्रसाद मेहेत्रे** सहशिक्षक, श्री.तुळजाभवानी विद्यालय,खडकी, अहमदनगर
  ७. **श्रीमती मनीषा नहार** सहशिक्षिका, एच.एच.सी.पी.हायस्कूल फॉर गर्ल्स, हुजूरपागा, पुणे
  ८. **श्री.नागेश चरपेलवार** सहशिक्षक, जि.प.प्रशाला, आडूळ, ता.पैठण जि.औरंगाबाद


SCERT PUNE

## विद्यार्थ्यांसाठी सूचना / विद्यार्थ्यांशी हितगुज

विद्यार्थी मित्रांनो, मागील शैक्षणिक वर्षात तुम्ही ऑनलाइन व इतर विविध मार्गाने तुमचं शिक्षण सुरू ठेवलंत. **या शैक्षणिक वर्षाच्या सुरुवातीला काही दिवस मागील इयत्तेच्या पाठ्यक्रमाची उजळणी व्हावी आणि या वर्षीच्या इयत्तेच्या अभ्यासक्रमाची पूर्वतयारी हे उद्दिष्ट ठेवून तुमच्यासाठी हा सेतू अभ्यासक्रम तयार करण्यात आला आहे.**

१ . सेतू अभ्यासक्रम एकूण ४५ दिवसांचा असून त्यात ठराविक कालावधी नंतर तीन चाचण्यांचा समावेश आहे.

२. मागील शैक्षणिक वर्षात तुम्ही नेमके काय शिकला हे समजण्यासाठी आणि पुढील इयत्तेचा पाठ्यक्रम समजून घेण्यासाठी हा सेतू अभ्यासक्रम तुम्हाला मदत करणार आहे.

३. हा सेतू अभ्यासदिवसनिहाय क्रमाने सोडवावा.

४. यात दिवसनिहाय तयार केलेल्या कृतिपत्रिकांचा समावेश आहे. तुम्ही दिलेल्या नियोजनाप्रमाणे कृतिपत्रिका स्वप्रयत्नाने सोडवाव्यात.

५. कृतिपत्रिका सोडवताना अडचण आल्यास शिक्षक किंवा पालकांची मदत घ्या.

६. प्रत्येक कृतिपत्रिकेत दिलेला पाठ्यांश अधिक चांगल्या रीतीने समजून घेण्यासाठी व्हिडीओ लिंक दिल्या आहेत, त्यांचा उपयोग करून संकल्पना समजून घ्या.

७. दिलेल्या नियोजनानुसार येणाऱ्या चाचण्या सोडवा. चाचणी सोडवून झाल्यावर शिक्षकांकडून तपासून घ्या. शेवटी दिलेल्या उत्तरसूचीच्या मदतीने आपल्या उत्तरांची खात्री करा.

८. न समजलेला किंवा अवघड वाटणारा भाग समजून घेण्यासाठी शिक्षकांची किंवा पालकांची मदत घ्या.

हा सेतू अभ्यासक्रम यशस्वीरीत्या पूर्ण करण्यासाठी मन:पूर्वक शुभेच्छा !

SCERT PUNE

# शिक्षक / पालकांसाठी सूचना

Covid-१९ च्या उद्भवलेल्या परिस्थितीमुळे मागील शैक्षणिक वर्षात प्रत्यक्ष विद्यार्थी समोर असताना वर्ग अध्यापन होऊ शकले नाही. नव्या शैक्षणिक वर्षात ही शाळा कधी सुरू होतील याबाबत अनिश्चितता आहे. मागील शैक्षणिक वर्षात आपण ऑनलाइन माध्यमातून सर्व विद्यार्थ्यांपर्यंत शिक्षण पोहोचवण्यासाठी विविध प्रयत्न केलेत. **मागील शैक्षणिक वर्षात विद्यार्थ्यांनी केलेल्या अध्ययनाची उजळणी व्हावी तसेच नवीन शैक्षणिक वर्षात शिकाव्या लागणाऱ्या अभ्यासक्रमाची पूर्वतयारी हा दुहेरी उद्देश ठेवून हा सेतू अभ्यासक्रम तयार करण्यात आला आहे.**

१. सेतू अभ्यासक्रम एकूण ४५ दिवसांचा असून त्यात ठराविक कालावधीनंतर घ्यावयाच्या एकूण तीन चाचण्यांचा समावेश आहे.

२. सेतू अभ्यासक्रम हा मागील इयत्तेच्या पाठ्यक्रमावर आधारित असून मागील इयत्तेचा पाठ्यक्रम व सध्याच्या इयत्तेचा पाठ्यक्रम यांना जोडणारा दुवा आहे.

३. सदर अभ्यासक्रम हा इयत्तानिहाय व विषयनिहाय तयार करण्यात आला असून तो मागील इयत्तेच्या पाठ्यपुस्तकाशी संलग्न व त्यातील घटकांवर आधारित आहे.

४. सदर अभ्यासक्रमात घटक व उपघटकनिहाय कृतिपत्रिकांचा (वर्कशीट) समावेश आहे. कृतिपत्रिका या अध्ययन निष्पत्ती / क्षमता विधाने डोळ्यासमोर ठेवून तयार करण्यात आल्या आहेत.

५. कृतिपत्रिका या सामान्यपणे सहा भागांत दिलेल्या आहेत.इयत्तानिहाय त्यात थोडाफार फरक आढळून येईल.

पहिला भाग -अध्ययन निष्पत्ती/क्षमता विधाने - विद्यार्थी नेमके काय शिकणार आहे.

दुसरा भाग- थोड समजून घेऊ - संकल्पनांचे स्पष्टीकरण

तिसरा भाग - चला सराव करू - सरावासाठी उदाहरणे

चौथा भाग - सोडवून पाहू - विद्यार्थ्यांना संकल्पना समजली की नाही हे पाहण्यासाठी प्रश्न / कृती / स्वाध्याय.

पाचवा भाग - थोडी मदत - संकल्पना अधिक चांगल्या रीतीने समजून घेण्यासाठी मदत हवी म्हणून व्हिडीओ लिंक, क़्यु आर कोड इत्यादीचा समावेश.

सहावा भाग - हे मला समजले - विद्यार्थ्यांनी स्वयंमूल्यांकन करावे यासाठी अध्ययन निष्पत्ती दर्शक विधाने.

SCERT PUNE

६. मागील शैक्षणिक वर्षात विद्यार्थी नेमके काय शिकले हे समजण्यासाठी, त्याची चाचपणी करण्यासाठी आणि विद्यार्थ्यांना पुढील इयत्तेतील पाठ्यक्रम समजून घेण्यासाठी हा अभ्यासक्रम अत्यंत महत्त्वाचा ठरणार आहे.
७. शिक्षकांनी प्रत्येक विद्यार्थ्यांकडून सदरचा सेतू अभ्यासक्रम दिवसनिहाय नियोजनाप्रमाणे पूर्ण करून घ्यावा.
८. विद्यार्थी प्रत्येक कृतिपत्रिका (वर्कशीट) स्वप्रयत्नाने सोडवेल याकडे शिक्षकांनी लक्ष द्यावे, आवश्यक तेथे विद्यार्थ्यांना मदत करावी.
९. निश्चित केलेल्या कालावधीनंतर घ्यावयाच्या चाचण्या विद्यार्थ्यांकडून सोडवून घ्याव्यात, चाचण्या तपासून विद्यार्थीनिहाय गुणांची नोंद स्वतःकडे ठेवावी.
१०. चाचणी तपासताना विद्यार्थीनिहाय विश्लेषण करून मागे पडलेल्या विद्यार्थ्यांना अतिरिक्त पूरक मदत करावी.

SCERT PUNE

# राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र

## इयत्ता 10 वी गणित भाग 1 व 2 करीता सेतू अभ्यासक्रम

### अनुक्रमणिका



SCERT PUNE

SCERT PUNE

**दिवस : 1 ला**

**इयता :** 10 वी **विषय :** गणित भाग 1

**घटक :** संच

**उपघटक :** संच- संबोध व लिहिण्याची पद्धती आणि त्यातील घटक लिहिण्याची पद्धत

**क्षमता विधाने :** 1) संच ओळखता येणे .

2) संच यादी पद्धतीने लिहिता येणे.

3) संचातील घटकांची संख्या लिहिता येणे.

**जरा आठवूया :**

1) खालील संख्यांचे नैसर्गिक संख्या, पूर्ण संख्या, पूर्णांक संख्या यामध्ये वर्गीकरण करा.

12, -7, 0, 32, -1, 9

| नैसर्गिक संख्या | पूर्ण संख्या | पूर्णांक संख्या |
|---|---|---|
| | | |

2) खालील संख्यांचे सम संख्या, विषम संख्या, मूळ संख्या यामध्ये वर्गीकरण करा.

11, 14, 27, 31, 52, 97, 2

| सम संख्या | विषम संख्या | मूळ संख्या |
|---|---|---|
| | | |

## महत्त्वाचे मुद्दे

**संच :** ज्या समूहांतील घटक अचूक व नेमकेपणाने सांगता येतात, त्या समूहांना संच असे म्हणतात. संचाला नाव देण्यासाठी सर्वसाधारणपणे A, B, C,.....,Z यांपैकी इंग्रजी वर्णमालेतील पहिल्या लिपीतील अक्षरे वापरतात.संचाचे घटक दाखवण्या साठी *a*, b, c,...यांपैकी इंग्रजी अक्षरे वापरतात.

उदा. N = नैसर्गिक संख्यांचा संच, W = पूर्ण संख्यांचा संच, P = इंद्रधनुष्यातील रंगांचा संच

**संच लिहिण्याची यादी पद्धती :** या पद्धतीत (i) संचाचे सर्व घटक महिरपी कंसात लिहितात.

(ii) प्रत्येक घटक वेगळा दाखवण्यासाठी दोन लगतच्या घटकांमध्ये स्वल्पविराम देतात.

(iii) यामध्ये घटकांचा क्रम महत्त्वाचा नसतो,एक घटक एकदाच लिहावा पण सगळे घटक दर्शवणे आवश्यक असते.

उदा. 1)1 ते 10 मधील सम संख्यांचा संच यादी पद्धतीने पुढीलप्रमाणे लिहिता येईल.

A = { 2, 4, 6, 8, 10 } किंवा A = { 4, 8, 10, 2, 6 }

2) 'mathematics' या शब्दातील अक्षरांचा संच {m, a, t, h, e, i, c, s} असा लिहितात.

SCERT PUNE

**संचातील घटकांची संख्या :** समजा D = {1, 4, 9, 16, 25,36} हा दिलेला संच आहे. या संचात 6 घटक आहेत. संच D मधील घटकांची संख्या *n* (D) अशी दाखवतात. व ती *n* (D) = 6 अशी लिहितात.

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1 खालील प्रश्नांसाठी अचूक पर्याय निवडा.**

(i) खालीलपैकी कोणता समूह संच आहे?

(A) आठवड्यातील वार (B) गावातील आनंदी व्यक्ती

(C) पुस्तकातील सोपी उदाहरणे (D) शाळेतील हुशार विद्यार्थी

(ii) जर P='college' या शब्दातील अक्षरांचा संच आहे तर P हा संच यादी पद्धतीने खालीलपैकी कोणता ?

(A) {c, o, l, l, e, g, e} (B) {c, l, e } (C) {c, o, l, e, g } (D) {c, o,l, g}

(iii) जर M = { 3, 6, 9, 12, 15, 18 } तर n(M) = किती?

(A) 5 (B) 6 (C) 4 (D) 7

**प्रश्न 2 खालील सारणी पूर्ण करा.**

| संच | यादी पद्धतीने लिहा. |
|---|---|
| 1) A हा 1 ते 20 मधील मूळ संख्यांचा संच | |
| 2) B हा 'cricket' या शब्दातील अक्षरांचा संच | |
| 3) C हा इंग्रजी वर्णमालेतील स्वरांचा संच | |
| 4) D हा 50 पेक्षा लहान 4 च्या पटीतील संख्यांचा संच | |
| 5) E हा 1 ते 50 मधील पूर्ण वर्ग संख्यांचा संच | |

SCERT PUNE

**दिवस : 2 रा**

**उपघटक** : उपसंच

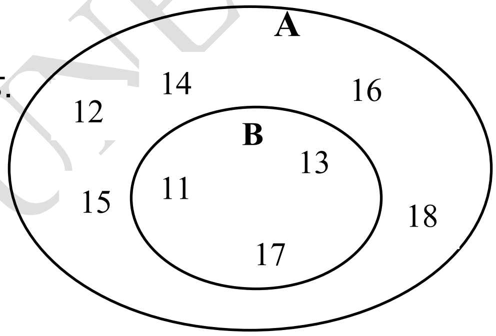
**क्षमता विधाने** : 1) दिलेल्या संचाचे उपसंच लिहिता येणे.
2) दिलेल्या संचातील कोणते संच कोणत्या संचाचे उपसंच आहेत ते सांगता येणे.

## महत्वाचे मुद्दे

**उपसंच :** जर A आणि B हे दोन संच असतील आणि संच B चा प्रत्येक घटक, संच A चा देखील घटक असेल तर संच B ला संच A चा उपसंच म्हणतात आणि $B \subseteq A$ अशा चिन्हाने दाखवतात. त्याचे वाचन 'B उपसंच A' असे किंवा 'B हा A चा उपसंच आहे' असे करतात.

उदा.(1) A = { 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18}
B = {11, 13, 17}

B मधील प्रत्येक घटक A चा देखील घटक आहे.
म्हणजेच $B \subseteq A$.




गुणधर्म : (i) प्रत्येक संच स्वत:चा उपसंच असतो. म्हणजेच $A \subseteq A$
(ii) रिक्त संच हा प्रत्येक संचाचा उपसंच असतो. म्हणजेच $\phi \subseteq A$
(iii) जर A = B तर $A \subseteq B$ आणि $B \subseteq A$
(iv) जर $A \subseteq B$ व $B \subseteq A$ तर A = B

SCERT PUNE

### स्वाध्याय

**प्रश्न 1 खालील प्रश्नांसाठी अचूक पर्याय निवडा.**

(i) जर A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }, B = { 4, 6, 8}, C = { 1, 4}, D = { 2, 4, 6} तर पुढीलपैकी कोणते विधान असत्य आहे

(A) $A \subseteq A$ (B) $B \subseteq A$ (C) $D \subseteq A$ (D) $C \subseteq A$

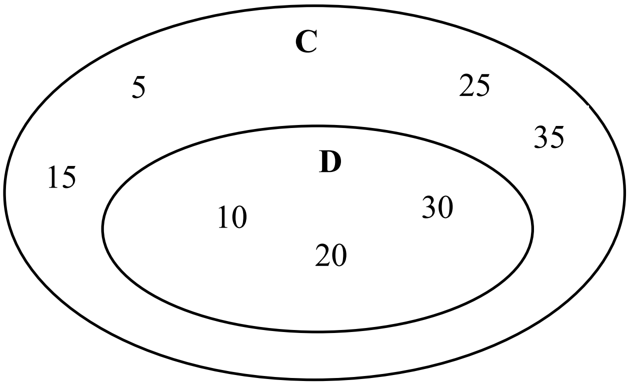
(ii) जर P = { a, e, i, o, u } तर खालीलपैकी कोणता संच P चा उपसंच आहे.

(A) {a, b, c } (B) {e, f, g } (C) { } (D) {o, p, u}

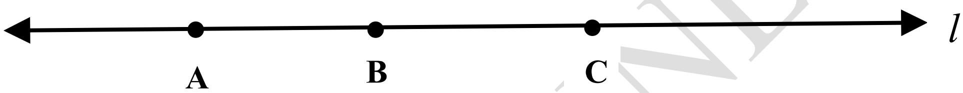
**प्रश्न 2 : खालील उपप्रश्न सोडवा.**

1) जर A= { 2, 3, 5, 7, 11}  या संचाचे कोणतेही चार उपसंच लिही

2) खालील आकृतीवरून कोणता संच कोणत्या संचाचा उपसंच आहे ते लिही.




3) आकृतीवरून खालीलपैकी कोणता संच कोणत्या संचाचा उपसंच आहे ते लिही.




i) X =  रेषेवरील सर्व बिंदूंचा संच

ii) Y = रेख AB वरील सर्व बिंदूंचा संच

iii) Z = रेख BC वरील सर्व बिंदूंचा संच

iv) T = किरण BA वरील सर्व बिंदूंचा संच

SCERT PUNE

**लिंक :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_3125282093007011841533324?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_313018565848219648178

**दिवस** 3 रा

**घटक :** भूमितीतील मूलभूत संबोध **उपघटक :** बिंदू रेषा व प्रतल.

**क्षमता विधाने :** बिंदू, रेषा व प्रतल चे पूर्णपणे आकलन होणे.

**जरा आठवूया:**

1) समांतर रेषांच्या व्याखेमध्ये 'एकप्रतलीय' हा शब्द का वापरला असेल?
2) प्रकाश किरण एका सरळ रेषेत जातात हे तुम्ही कसे पडताळले होते? आधीच्या इयत्तेत केलेला विज्ञानातील प्रयोग आठवूया.

**महत्वाचे मुद्दे :**

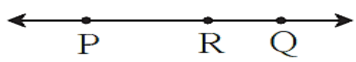
**बिंदू, रेषा व प्रतल -**

बिंदू, रेषा व प्रतल यांच्या व्याख्या केल्या जात नाहीत. ते भूमितीतील काही मूलभूत संबोध आहेत. रेषा व प्रतल हे बिंदूंचे संच आहेत.

**बिंदू-** सोप्या भाषेत बिंदू म्हणजे पेन्शीलच्या साहयाने कागदावर काढलेला टिंब ज्याला लांबी, रुंदी व उंची नसते. बिंदू नेहमी इंग्रजी मधील Capital letter ने दर्शवतात. उदा. A, B, C, L, M, X, Y, Z. दिलेल्या सर्व बिंदुतून जाणारी एक आणि एकच रेषा असेल तर ते सर्व बिंदू **एकरेषीय बिंदू** असतात, अन्यथा **नैकरेषीय बिंदू** असतात.

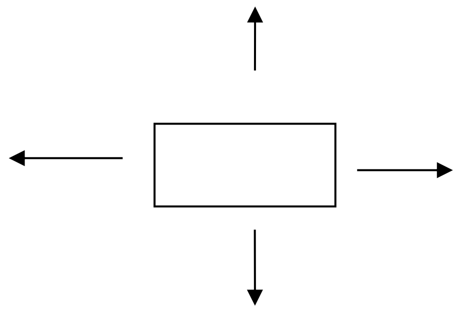
**रेषा -** 1) 


या रेषेचे वाचन रेषा q

2) 


या रेषेचे वाचन
रेषा PQ किंवा रेषा RQ किंवा रेषा QP

**प्रतल -** एक असा सपाट पृष्ठभाग जो सर्व दिशेला अमर्यादित असतो.



दिलेल्या सर्व रेषांना सामावणारे एक आणि एकच प्रतल असेल तर त्या सर्व रेषांना **एकप्रतलीयरेषा** असे म्हणतात, अन्यथा **नैकप्रतलीय रेषा** म्हणतात.

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

प्रश्न : खालील प्रश्न कृती करुन सोडवा.

1) कोणत्याही दिलेल्या एका बिंदुतून किती रेषा जाऊ शकतात?

2) दिलेल्या कोणत्याही दोन बिंदुतून किती रेषा जाऊ शकतात?

3) एक रेषा आणि रेषेबाहेरील बिंदू यांना सामावणारे किती प्रतल असू शकतील?

4) कोणतेही तीन बिंदू एकप्रतलीय असू शकतील का?

5) जर दोन रेषा एकमेकिंना छेदत असतील तर त्या एकप्रतलीय असू शकतात का?

6) एक प्रतल व एक रेषा यांचा छेदसंच काय असेल?

7) दोन प्रतलांचा छेदसंच काय असतो?

**लिंक्स :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130003163644805121140

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_31243459217896243224284

SCERT PUNE

**दिवस** 4 था

**घटक :** युक्लीडची भूमिती **उपघटक :** बिंदूचे निर्देशक व अंतर आणि दरम्यानता.

**क्षमता विधाने :** 1. बिंदूचे निर्देशक दिले असता बिंदूमधील अंतर काढता येणे.
2. दिलेल्या बिंदूमधील अंतरावरून दरम्यानता हा संबोध समजणे.

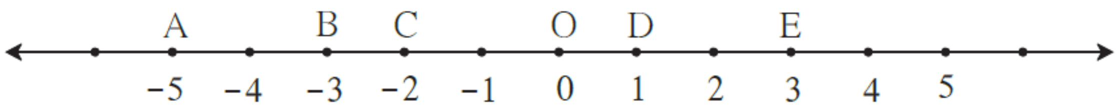
**जरा विचार करूया :**

एका रस्त्यावर सरळ रेषेत पुणे, अहमदनगर व शिरूर ही शहरे आहेत. पुणे व अहमदनगर मधील अंतर 120 कि.मी., शिरूर व अहमदनगर यांमधील अंतर 50 कि.मी. आणि पुणे व शिरूर यांमधील अंतर 70 किमी आहे. तर कोणते शहर कोणत्या दोन शहरांच्या दरम्यान (मध्ये) आहे?

**महत्वाचे मुद्दे :**

**बिंदूंचे निर्देशक व अंतर (Co-ordinates of points and distance) -**

खालील संख्यारेषा बघा.




**निर्देशक**: येथे D हा बिंदू रेषेवरील 1 ही संख्या दाखवतो. म्हणजे 1 ही संख्या बिंदू D चा **निर्देशक** आहे असे म्हणतात.

दोन बिंदू मधील अंतर काढणे म्हणजे त्या बिंदूच्या निर्देशकांपैकी मोठ्या निर्देशकातून लहान निर्देशक वजा करणे. बिंदू E व D यांमधील अंतर हे **$d$ (E,D)** असे दर्शवतात. हे अंतर म्हणजेच $l$(ED), ही रेख ED ची लांबी होय.

**$d$(A,B)काढू:**

A चा निर्देशक -5 आहे, B चा निर्देशक -3 आहे. आणि -3 > -5,

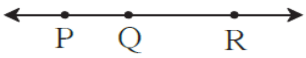
$$\therefore d\,(A, B) = -3 - (-5)$$
$$= -3 + 5$$
$$= 2.$$

दोन बिंदू मधील अंतर हे त्यांच्या निर्देशकांपैकी मोठ्या निर्देशकातून लहान निर्देशक वजा केल्यावर मिळते. कोणत्याही दोन बिंदूंमधील अंतर ही ऋणेतर वास्तव संख्या असते.

SCERT PUNE

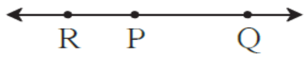
### दरम्यानता (Betweenness) –

जर P, Q, R हे एकरेषीय भिन्न बिंदू असतील तर खाली दिल्याप्रमाणे तीन शक्यता संभवतात.




(i) बिंदू Q हा P आणि R यांच्या **दरम्यान** असेल.


(ii) बिंदू R हा P आणि Q यांच्या **दरम्यान** असेल.

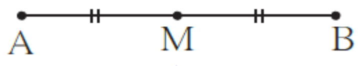



(iii) बिंदू P हा R आणि Q यांच्या **दरम्यान** असेल.

जर $d\,(P, Q) + d\,(Q, R) = d\,(P, R)$ असेल तर Q हा बिंदू P आणि R च्या दरम्यान आहे असे म्हणतात. ही दरम्यानता P – Q – R अशी दर्शवतात.

### रेषाखंडाचा मध्यबिंदू (Midpoint of a segment) -

जर A-M-B आणि रेख AM = रेख MB, तर M बिंदू हा रेख AB चा मध्यबिंदू आहे असे म्हणतात. **प्रत्येक रेषाखंडाला एक आणि एकच मध्यबिंदू असतो.**




### स्वाध्याय

1) एका संख्यारेषेवर A, B, C हे बिंदू असे आहेत की, $d$(A,C) = 10, $d$(C,B) = 8 तर $d$(A, B) काढ. सर्व पर्यायांचा विचार करा .
2) संख्या रेषेवर P बिंदूचा निर्देशक -3 आहे तर P पासून 5 एकक अंतरावर असणाऱ्या बिंदूंचे निर्देशक काढा.
3) बिंदू M हा रेख AB चा मध्यबिंदू आहे आणि AB = 18 तर AM = किती?

**लिंक :**
https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_313018562538889216161 9

SCERT PUNE

**दिवस 5 वा**

**घटक :** रेषा आणि कोन **उपघटक :** रेषाखंड, किरण आणि कोनांच्या जोड्या.

**क्षमता विधाने :** 1. कोनांच्या जोड्या समजणे.

**जरा विचार करूया :**

1. परस्परांना छेदणाऱ्या रेषांमुळे तयार होणाऱ्या कोनांच्या जोड्यांचा विचार करूया.

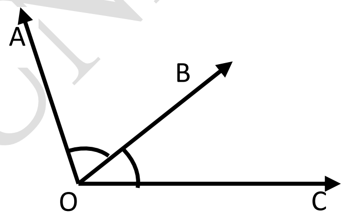
**महत्त्वाचे मुद्दे :**

**कोनांच्या जोड्या -**

**1.संलग्न कोन किंवा लगतचे कोन -**

जेव्हा दोन कोन हे संलग्न असतात तेव्हा त्या दोन कोनांमध्ये

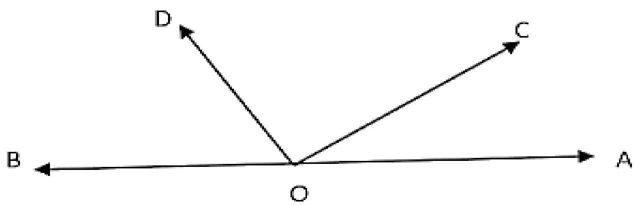
a) सामाईक शिरोबिंदू असतो.
b) एक बाजू सामाईक असते.
c) आंतरभाग विभिन्न असतात.



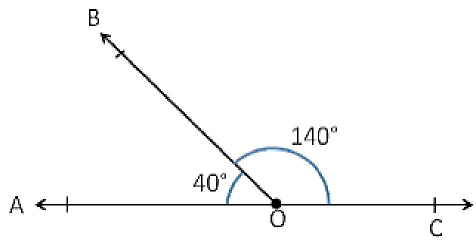

**2. रेषीय जोडीतील कोन -**

जेव्हा संलग्न कोनांच्या जोडीमधील दोन्ही कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते, तेव्हा ते रेषीय जोडीतील कोन असतात.

**म्हणजेच, प्रत्येक रेषीय जोडीतील कोन हे संलग्न कोन असतात परंतु प्रत्येक संलग्न कोनांची जोडी ही रेषीय जोडीतील कोन असतील असे नाही.**




आकृती(a)




आकृती(b)

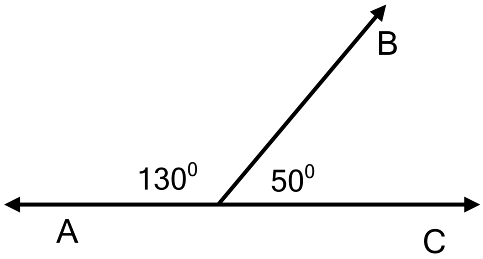
आकृती(a) मध्ये, ∠BOD आणि ∠AOD तसेच आकृती(b) मध्ये, ∠AOB आणि ∠COB हे परस्परांचे रेषीय जोडीतील कोन आहेत.

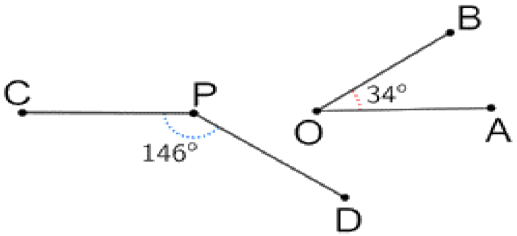
SCERT PUNE

**3. पूरककोन -**

जेव्हा दिलेल्या कोनांच्या जोडीमधील दोन्ही कोनांच्या मापांची बेरीज $180^\circ$ असते, तेव्हा ते परस्परांचे पूरककोन असतात.

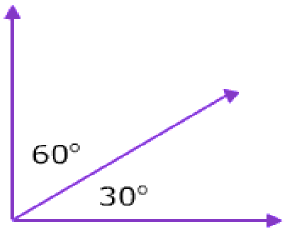
**म्हणजेच, प्रत्येक रेषीय जोडीतील कोन हे पूरककोन असतात परंतु प्रत्येक पूरककोनांची जोडी ही रेषीय जोडीतील कोन असतील असे नाही.**

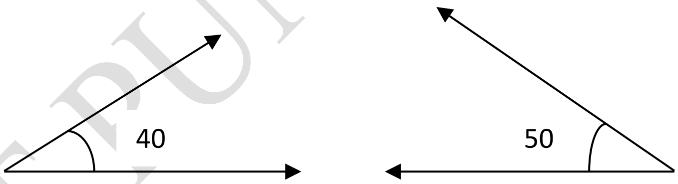



**4. कोटीकोन -**

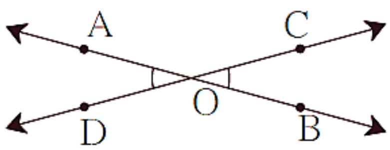
जेव्हा दिलेल्या कोनांच्या जोडीमधील दोन्ही कोनांच्या मापांची बेरीज $90^\circ$ असते, तेव्हा ते परस्परांचे कोटीकोन असतात.




**5. विरुध्द कोन -**

जेव्हा दिलेल्या दोन्ही कोनांच्या बाजुंपासूनपासून विरुद्ध किरणाच्या दोन जोड्या तयार होतात तेव्हा ते परस्परांचे विरुध्द कोन असतात.




आकृती मध्ये $\angle AOC$ व $\angle BOD$ ही विरुध्द कोनाची जोडी आहे.

तसेच, $\angle AOD$ व $\angle BOC$ ही विरुध्द कोनाची जोडी आहे.

**विरुध्द कोन नेहमी एकरूप असतात.**

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

प्रश्न : खालील प्रश्नांची विचारपूर्वक आकृती काढा व आकृतीला अनुसरून उत्तरे लिहा.

1) दोन लघुकोन परस्परांचे कोटीकोन असू शकतील का?

2) दोन विशालकोन परस्परांचे पूरककोन असू शकतील का?

3) दोन लघुकोन परस्परांचे पूरककोन असू शकतील का?

4) दोन संलग्न कोन परस्परांचे कोटीकोन कधी असतील?

5) दोन विशालकोन परस्परांचे रेषीय जोडीतील कोन असू शकतील का?

**लिंक :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_31303942006595584019 81

SCERT PUNE

**दिवस 6 वा**

**घटक :** युक्लीडची भूमिती **उपघटक :** सशर्त विधाने, व्यत्यास आणि प्रमेयाची सिद्धता

**क्षमता विधाने :**

1. दिलेल्या विधानातील वापरता येण्याजोगी उपलब्ध माहिती (पक्ष) व त्यावरून सिध्द करण्याचे विधान (साध्य) हे व्यवस्थित मांडता येणे.
2. तर्कसंगत मांडणी करून साध्य विधान सिध्द करण्याची क्षमता विकसित होणे.

**महत्त्वाचे मुद्दे :**

**सशर्त विधाने आणि व्यत्यास (Conditional statements and converse) -**

जी विधाने जर - तर रूपांत लिहिता येतात त्यांना सशर्त विधाने असे म्हणतात.

**पूर्वांग (पूर्वार्ध) :-** सशर्त विधानांतील **'जर'** ने सुरू होणाऱ्या विधानास पूर्वांग (पूर्वार्ध) असे म्हणतात.

**उत्तरांग :-** सशर्त विधानांतील **'तर'** ने सुरू होणाऱ्या विधानास उत्तरांग (उत्तरार्ध) असे म्हणतात.

**उदा. -** विधान : समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांचे लंबदुभाजक असतात. हे विधान आहे.

सशर्तविधान : जर दिलेला चौकोन समभुज चौकोन असेल तर त्याचे कर्ण परस्परांचे लंबदुभाजक असतात.

**व्यत्यास (Converse) -**एखादे सशर्त विधान दिले असेल आणि त्यातील पूर्वांग व उत्तरांग यांची अदलाबदल केली तर मिळणारे नवे विधान हे मूळ विधानाचा **व्यत्यास** आहे असे म्हणतात.

**सिद्धता (Proofs)-**

काही स्वयंसिद्ध व सर्वमान्य विधाने गृहीतके (Postulates) म्हणून स्वीकारली, तर त्यांच्या आधारावर तर्क शुद्ध मांडणीने नवीन गुणधर्म सिद्ध करता येतात.

**प्रमेये (Theorems)-** सिद्ध केलेल्या गुणधर्मांना **प्रमेये** (Theorems) म्हणतात.

युक्लिड यांनी मांडलेल्या गृहीतकांपैकी काही गृहीतके खाली दिली आहेत.

(1) एका बिंदूतून जाणाऱ्या असंख्य रेषा असतात.

(2) दोन बिंदूंतून एक आणि एकच रेषा जाते.

(3) कोणताही बिंदू केंद्र मानून दिलेल्या त्रिज्येचे वर्तुळ काढता येते.

(4) सर्व काटकोन परस्परांशी एकरूप असतात.

(5) दोन रेषा व त्यांची छेदिका काढली असता एका बाजूला तयार झालेल्या आंतरकोनांची बेरीज दोन काटकोनां पेक्षा कमी असेल तर त्या रेषा त्याच दिशेने वाढवल्यावर एकमेकींना छेदतात.

**सिद्धता(Proof)-**

एखाद्या गुणधर्माची तर्कशुद्ध सिद्धता देता येत असेल तर तो गुणधर्म सत्य मानला जातो. त्यासाठी केलेल्या तर्कशुद्ध मांडणीला त्या गुणधर्माची, म्हणजेच त्या प्रमेयाची **सिद्धता** म्हणतात.

**साध्य -**

एखादे सशर्त विधान सत्य आहे असे आपल्याला सिद्ध करायचे असते, तेव्हा त्यातील पूर्वांगाला **पक्ष** आणि उत्तरांगाला **साध्य** म्हणतात.

सिद्धतेचे प्रत्यक्ष आणि अप्रत्यक्ष असे दोन प्रकार आहेत.

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

1) दिलेले विधान जर-तर रूपांत लिहा. - चक्रीय चौकोनाचे संमुख कोन पूरक असतात.
2) पुढील विधानाचे व्यत्यास लिहा. - आयताचे कर्ण एकरूप असतात.
3) पुढील विधानातील पक्ष व साध्य लिहा -
   जर त्रिकोणाच्या तीनही बाजू एकरूप असतील तर त्याचे तीनही कोन एकरूप असतात.
4) खालील विधानांसाठी नामनिर्देशित आकृती काढून त्यावरून पक्ष, साध्य लिहा.
   (i) दोन समभुज त्रिकोण समरूप असतात.
   (ii) जर रेषीय जोडीतील कोन एकरूप असतील तर त्यांपैकी प्रत्येक कोन काटकोन असतो.

**लिंक :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_313018562590654464171

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130185626044497921568

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_312585424200564736115819

SCERT PUNE

**दिवस : 7 वा**

**घटक :** वास्तव संख्या **उपघटक :** परिमेय संख्यांचे गुणधर्म

**क्षमता विधाने :** 1) परिमेय संख्येच्या बेरजेच्या गुणधर्माचे उपयोजन करता येणे.
2) परिमेय संख्येच्या गुणाकाराच्या गुणधर्माचे उपयोजन करता येणे.

**जरा आठवूया :** खालील अपूर्णांकाच्या क्रिया करण्यासाठी रिकाम्या चौकटी भरा.

1) $\frac{13}{8} - \frac{7}{8} = \square$ 2) $\frac{10}{3} - \frac{15}{3} = \square$

3) $\frac{6}{7} \times \frac{14}{3} = \square$ 4) $\frac{20}{9} \div \frac{10}{3} = \frac{20}{9} \times \square = \square$

**महत्वाचे मुद्दे :**

**परिमेय संख्यांचे गुणधर्म :** a,b,c या परिमेय संख्या असतील तर,

| गुणधर्म | बेरीज | गुणाकार |
|---|---|---|
| **क्रमनिरपेक्षता** | a + b = b + a | a × b = b × a |
| उदा. | $\frac{5}{7} + \frac{3}{7} = \frac{8}{7}$ आणि $\frac{3}{7} + \frac{5}{7} = \frac{8}{7}$ म्हणून $\frac{5}{7} + \frac{3}{7} = \frac{3}{7} + \frac{5}{7}$ | $\frac{5}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{49}$ आणि $\frac{3}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{49}$ म्हणून $\frac{5}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{5}{7}$ |
| **साहचर्य** | (a + b) + c = a + (b + c) | a × (b × c) = (a × b) × c |
| उदा. | (14 + 9 ) + (-8) = 23 - 8 =15<br>14 + [ 9 +(-8)] = 14 +1 = 15<br>म्हणून (14 + 9) + (-8) = 14 + [ 9+(-8)] | 14 × [ 9 × (-8)] =14 × (-72)= -1008<br>(14 × 9) × -8 =126 × (-8)= -1008<br>म्हणून 14 × [9×(-8)] = (14 × 9) × -8 |
| **अविकारक** | a + 0 = 0 + a = a | a × 1 = 1 × a = a |
| उदा. | $-\frac{11}{8} + 0 = 0 + \frac{-11}{8} = -\frac{11}{8}$ | $-\frac{11}{8} \times 1 = 1 \times \frac{-11}{8} = -\frac{11}{8}$ |
| **व्यस्त** | a + (-a) = 0 | $\frac{1}{a} \times a = 1$ |
| उदा. | $\frac{7}{3} + \frac{-7}{3} = 0$ | $\frac{1}{9} \times 9 = 1$ |

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1 खालील प्रश्नांसाठी अचूक पर्याय निवडा.**

(i) $\frac{8}{7} - \frac{3}{7} = ?$

(A) $\frac{11}{7}$ (B) $\frac{5}{7}$ (C) $\frac{-11}{7}$ (D) $\frac{-5}{7}$

(ii) $\frac{10}{9} \times \frac{5}{7} = ?$

(A) $\frac{15}{9}$ (B) $\frac{15}{7}$ (C) $\frac{50}{63}$ (D) $\frac{50}{16}$

**प्रश्न 2 खालील कृती पूर्ण करा.**

(i) $\frac{10}{7} + \left(\frac{15}{7} + \frac{50}{14}\right)$ ची किमंत काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

कृती : $\frac{10}{7} + \left(\frac{15}{7} + \frac{50}{14}\right)$

$= \frac{10}{7} + \left(\frac{\square}{14} + \frac{50}{14}\right)$

$= \frac{10}{7} + \frac{\square}{14}$

$= \frac{10}{7} + \frac{\square}{7}$

$= \frac{\square}{\square}$

(ii) $\frac{9}{7} \times \left(\frac{-14}{15} \times \frac{2}{3}\right)$ ची किमंत काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

कृती : $\frac{9}{7} \times \left(\frac{-14}{15} \times \frac{2}{3}\right)$

$= \frac{9}{7} \times \frac{\square}{45}$

$= \frac{\square}{5}$

SCERT PUNE

## दिवस : 8 वा

**उपघटक** : सजातीय करणींवरील क्रिया : बेरीज आणि वजाबाकी

**क्षमता विधाने** : 1) सजातीय करणींची बेरीज करता येणे.
2) सजातीय करणींची वजाबाकी करता येणे.

**जरा आठवूया** : 1) $4^2 = \square$ $\therefore$ $\square$ चे वर्गमूळ = 4 $\therefore$ $\sqrt{16} = 4$
2) $9^2 = \square$ $\therefore$ 81 चे वर्गमूळ = $\square$ $\therefore$ $\sqrt{81} = \square$
3) जर $\sqrt[\square]{36} = 6$ तर चौकटीत योग्य संख्या लिहा.

**महत्वाचे मुद्दे :**

**करणी :** $\sqrt[n]{a}$ ही करणी संख्या असेल तर या $\sqrt{\ }$ चिन्हाला करणी चिन्ह म्हणतात. n या संख्येला त्या करणीची कोटी म्हणतात आणि a ला करणीस्थ संख्या असे म्हणतात. कोटी 2 असणाऱ्या करणींना वर्ग करणी म्हणतात.

उदा.(i) $\sqrt[5]{8}$ या करणीची कोटी 5 आहे आणि करणीस्थ संख्या 8 आहे.
(ii) $\sqrt{7}$ या करणीची कोटी 2 आहे म्हणून ही वर्गकरणी आहे.

**सजातीय करणी :** ज्या करणींची कोटी समान आणि करणीस्थ संख्याही समान असतात अशा करणींना सजातीय करणी म्हणतात.

उदा. $5\sqrt{3}, \frac{2}{7}\sqrt{3}, -6\sqrt{3}$ या सजातीय करणी आहेत.

**सजातीय करणींवरील क्रिया :**

1) **बेरीज आणि वजाबाकी** : फक्त सजातीय करणींचीच बेरीज व वजाबाकी करता येते.

**उदा.** 1) सोपे रूप द्या. $7\sqrt{5} + 12\sqrt{5}$

उकल : $7\sqrt{5} + 12\sqrt{5}$
$= (7 + 12)\sqrt{5}$
$= 19\sqrt{5}$

2) सोपे रूप द्या. $14\sqrt{7} - 9\sqrt{7}$

उकल : $14\sqrt{7} - 9\sqrt{7}$
$= (14 - 9)\sqrt{7}$
$= 5\sqrt{7}$

SCERT PUNE

3) सोपे रूप द्या. $3\sqrt{8}+\sqrt{50}-4\sqrt{2}$

उकल : $3\sqrt{8}+\sqrt{50}-4\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{4\times 2}+\sqrt{25\times 2}-4\sqrt{2}$

$= 3\times 2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-4\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{2}+5\sqrt{2}-4\sqrt{2}$

$= (6+5-4)\sqrt{2}$

$= 7\sqrt{2}$

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1 खालील प्रश्नांसाठी अचूक पर्याय निवडा.**

(i) $2\sqrt{3}+\sqrt{3}$ = किती ?

(A) $2\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{9}$ (C) $2\sqrt{6}$ (D) $3\sqrt{3}$

(ii) $10\sqrt{5}-4\sqrt{5}$ = किती ?

(A) $14\sqrt{5}$ (B) 6 (C) $6\sqrt{5}$ (D) $-6\sqrt{5}$

**प्रश्न 2 : खालील उपप्रश्न सोडवा.**

1) सोपे रूप द्या. $3\sqrt{7}+7\sqrt{63}-\sqrt{7}$

2) सोपे रूप द्या. $7\sqrt{5}-4\sqrt{5}+\sqrt{80}$

3) सोपे रूप द्या. $4\sqrt{12}-\sqrt{75}-7\sqrt{48}$

SCERT PUNE

**दिवस : 9 वा**

**उपघटक :** सजातीय करणींवरील क्रिया : गुणाकार आणि भागाकार आणि करणीचे परिमेयीकरण

**क्षमता विधाने :** 1) सजातीय करणींचा गुणाकार करता येणे.
2) सजातीय करणींचा भागाकार करता येणे.
3) छेदाचे परिमेयीकरण करता येणे.

**महत्वाचे मुद्दे :**

1) **गुणाकार आणि भागाकार** : सजातीय करणींचा गुणाकर आणि भागाकार करता येतो.

**उदा.** 1) सोपे रूप द्या. $4\sqrt{12} \times 2\sqrt{3}$

उकल : $4\sqrt{12} \times 2\sqrt{3}$

$= (4 \times 2)\sqrt{12 \times 3}$

$= 8\sqrt{36}$

$= 8 \times 6$

$= 48$

2) सोपे रूप द्या. $8\sqrt{35} \div 4\sqrt{7}$

उकल : $8\sqrt{35} \div 4\sqrt{7}$

$= \dfrac{8\sqrt{35}}{4\sqrt{7}}$

$= \dfrac{8}{4}\sqrt{\dfrac{35}{7}}$

$= 2\sqrt{5}$

2) **करणीचे परिमेयीकरण :** जेव्हा दोन करणींचा गुणाकार परिमेय संख्या येतो तेव्हा करणीचे परिमेयीकरण होते. तर त्यांपैकी कोणत्या ही एका करणीस दुसऱ्या करणीचा परिमेयीकरण गुणक म्हणतात.

**उदा.**1) $\sqrt{3}$ या करणीला $\sqrt{3}$ ने गुणले असता $\sqrt{9}$ मिळतात, $\sqrt{9}$ = 3 ही परिमेय संख्या आहे

येथे $\sqrt{3}$ या करणीचे परिमेयीकरण झाले.

2) $\sqrt{3}$ या करणीला $\sqrt{12}$ ने गुणले असता $\sqrt{36}$ मिळतात, $\sqrt{36}$ = 6 ही परिमेय संख्या आहे

येथे $\sqrt{3}$ या करणीचे परिमेयीकरण झाले किंवा $\sqrt{12}$ या करणीचे परिमेयीकरण झाले.

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1 खालील प्रश्नांसाठी अचूक पर्याय निवडा.**

(i) $3\sqrt{6} \times 2\sqrt{2}$ = किती ?

(A) $5\sqrt{8}$ (B) $6\sqrt{8}$ (C) $12\sqrt{3}$ (D) $5\sqrt{12}$

(ii) $6\sqrt{12} \div 3\sqrt{6}$

(A) $2\sqrt{2}$ (B) $18\sqrt{2}$ (C) $9\sqrt{6}$ (D) $3\sqrt{6}$

**प्रश्न 2 : खालील उपप्रश्न सोडवा.**

1) सोपे रूप द्या. $4\sqrt{15} \times 3\sqrt{3}$

2) सोपे रूप द्या. $8\sqrt{28} \div 2\sqrt{7}$

3) सोपे रूप द्या. $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} + 3\sqrt{2})$

4) छेदाचे परिमेयीकरण करा.

(i) $\frac{1}{\sqrt{11}}$ (ii) $\frac{3}{5\sqrt{7}}$

लिंक

https://diksha.gov.in/play/collection/do_3125282093007011841533324?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130185657791938561 23

SCERT PUNE

**दिवस : 10 वा**

**घटक :** समांतर रेषा **उपघटक :** समांतर रेषांचे गुणधर्म

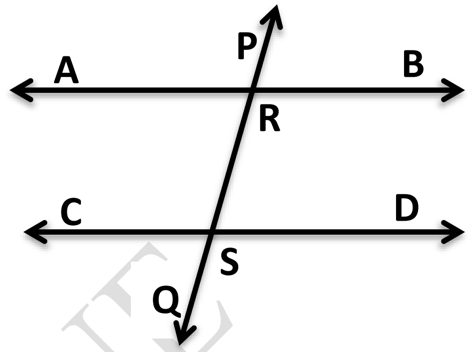
**क्षमता विधाने :**

1.समांतर रेषा व त्यांची छेदिका यांच्यामुळे तयार झालेल्या कोनांच्या विविध जोड्या ओळखता येणे.

2.कोनांच्या जोड्यांचे गुणधर्म समजणे व त्यांचे उपयोजन करता येणे.

**जरा आठवूया :**

1. समांतर रेषा म्हणजे काय ?
2. आकृतीमध्ये बिंदू R व बिंदू S जवळ तयार झालेल्या सर्व कोनांची नावे लिहा .




SCERT PUNE

**महत्वाचे मुद्दे :**

**महत्त्वाचे काही गुणधर्म :**

(1) दोन रेषांनी एकमेकींना छेदल्यावर तयार होणारे विरुद्ध कोन समान मापाचे असतात

(2) रेषीय जोडीतील कोन परस्परांचे पूरक असतात , म्हणजेच त्यांच्या मापांची बेरीज 180° असते .

(3) दोन रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता , छेदनबिंदूजवळ आठ कोन तयार होतात.

**(4) संगत कोनाच्या जोड्या**

i) ∠a आणि ∠p ii) ∠b आणि ∠q

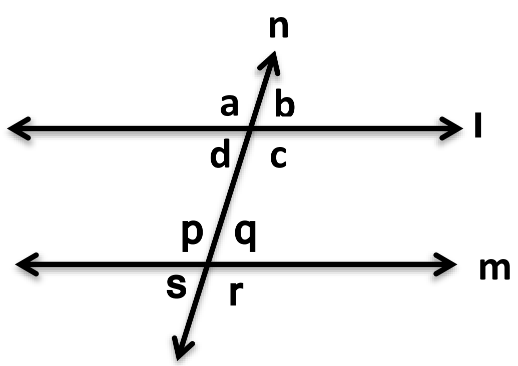
iii) ∠c आणि ∠r iv) ∠d आणि ∠s

**आंतर कोनाच्या जोड्या**

i) ∠d आणि ∠p ii) ∠c आणि ∠q

**बाहृयव्युत्क्रम कोनाच्या जोड्या**

i) ∠a आणि ∠r ii) ∠b आणि ∠s




**आंतरव्युत्क्रम कोनाच्या जोड्या**

i) ∠d आणि ∠q ii) ∠c आणि ∠p

(5) जेंव्हा संगत कोनांची एक जोडी एकरूप असते, तेंव्हा संगत कोनाच्या सर्व जोड्या एकरूप असतात.

(6) जेंव्हा व्युत्क्रम कोनांची एक जोडी एकरूप असते, तेंव्हा व्युत्क्रम कोनाच्या सर्व जोड्या एकरूप असतात.

(7) जेंव्हा छेदिकेच्या एकाच बाजूच्या आंतरकोनांची बेरीज 180° होते , तेंव्हा आंतरकोनांच्या दुसऱ्या जोडीतील कोनांची बेरीजही 180° होते.

**(8) आंतरकोनांचे प्रमेय ( गुणधर्म ) :** दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता छेदिकेच्या कोणत्याही एका बाजूला असणारे आंतरकोन एकमेकांचे पूरक कोन असतात.

**(9) संगत कोनांचे प्रमेय ( गुणधर्म ) :** दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता तयार होणाऱ्या संगतकोनांच्या प्रत्येक जोडीतील कोनांची मापे समान असतात.

**(10) व्युत्क्रम कोनांचे प्रमेय ( गुणधर्म ) :** दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता तयार होणाऱ्या व्युत्क्रम कोनांच्या प्रत्येक जोडीतील कोनांची मापे समान असतात.

## स्वाध्याय

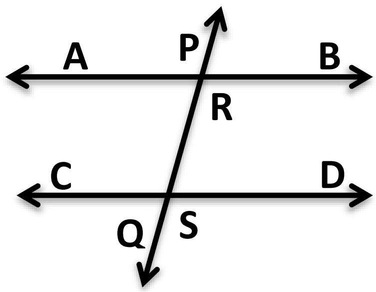
### प्रश्न 1 : दिलेल्या पर्यायांपैकी अचूक पर्याय निवडा.

1. दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता तयार होणाऱ्या आंतरकोनांच्या जोडीतील एका कोनाचे माप 45° असेल तर दुसऱ्या कोनाचे माप ......... असते.
   (A) $35^0$ (B) $45^0$ (C) $135^0$ (D) $125^0$
2. दोन रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता संगत कोनांच्या........... जोड्या तयार होतात.
   (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
3. दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता होणाऱ्या व्युत्क्रम कोनांच्या जोडीतील एका कोनाचे माप $85^0$ असेल तर दुसऱ्या कोनाचे माप ........ असते.
   (A) $15^0$ (B) $105^0$ (C) $95^0$ (D) $85^0$

SCERT PUNE

### प्रश्न 2 : पुढील कृती पूर्ण करा.

1) आकृतीमध्ये रेषा AB || रेषा CD व रेषा PQ ही त्यांची छेदिका त्यांना अनुक्रमे बिंदू R व बिंदू S मध्ये छेदते तर पुढील कृती पूर्ण करा .



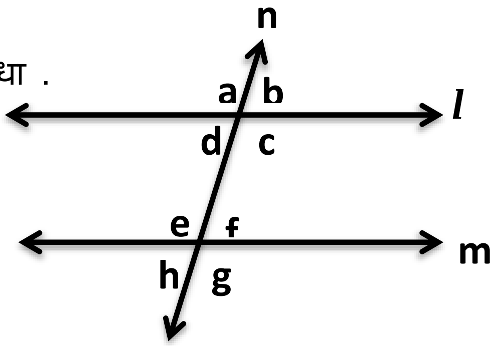

कृती : (i) $m\angle ARS$ = $\boxed{\quad\quad}$ ....... ( संगत कोन )

(ii) $m\angle PRB$ = $\boxed{\quad\quad}$ ....... ( व्युत्क्रम कोन )

(iii) जर $m\angle BRS = 60^0$ तर $m\angle RSD$ = $\boxed{\quad}$ ...... (आंतरकोनांचा गुणधर्म वापरून)

(iv) $m\angle CSR + m\angle RSD$ = $\boxed{\quad\quad}$ ...... ( कोनांची रेषीय जोडी )

2) आकृतीमध्ये रेषा l || रेषा m असून रेषा n ही त्यांची छेदिका आहे . जर $\angle d = 70^0$ तर $\angle g$ चे माप शोधा .




कृती : रेषा $l$ || रेषा m ..... दिलेले

$\angle d = \angle f$ ..........$\boxed{\quad\quad\quad}$

परंतु $\angle d = 70^0$ ......... दिलेले

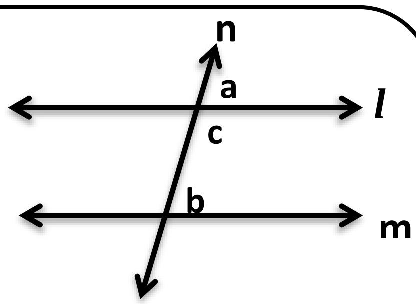
$\therefore$ $\angle f$ = $\boxed{\quad}$

$\angle f + \angle g$ = $\boxed{\quad\quad}$ ........... ( कोनांची रेषीय जोडी )

$\therefore$ $70° + \angle g = 180°$

$\therefore \angle g$ = $\boxed{\quad}$

3) दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता तयार होणाऱ्या संगत कोनांच्या जोडीतील कोनांची मापे समान असतात . हे सिद्ध करण्यासाठी पुढील कृती पूर्ण करा .




पक्ष : रेषा *l* ∥ रेषा m

**साध्य :** ∠ a = ☐

**सिध्दता :** ∠ a + ☐ = 180° ............(I) ( कोनांची रेषीय जोडी )

☐ + ∠ c = 180° ..........(II) ( समांतर रेषांच्या आंतरकोनांचा गुणधर्म )

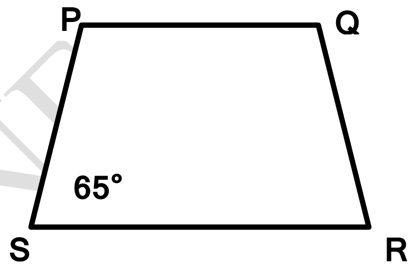
∠ a + ∠ c = ∠ b + ∠ c .............. ( विधान (I) व (II) वरून )

∴ ∠ a = ☐

(4) आकृतीमध्ये □PQRS हा समलंब चौकोन आहे .

बाजू PQ ∥ बाजू SR असून ∠S = 65°

तर ∠ P चे माप शोधा .




कृती : □PQRS हा समलंब चौकोन आहे .

बाजू PQ ∥ ☐ ......... ( दिलेले )

बाजू PS ही त्यांची छेदिका आहे .

∠ P + ☐ = 180° .......... ( समांतर रेषांच्या आंतरकोनांचा गुणधर्म )

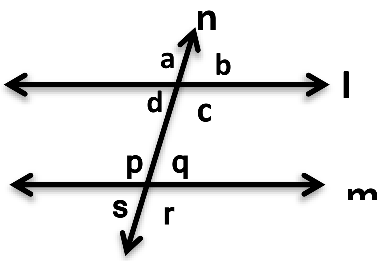
∴ ∠ P + ☐ = 180°

∴ ∠ P = 180° - 65°

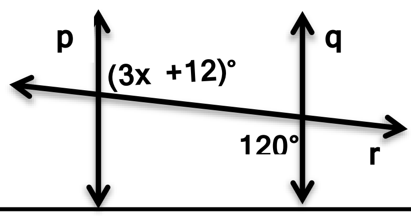
∴ ∠ P = ☐

**प्रश्न 3 रा : पुढील उपप्रश्न सोडवा .**

(i) आकृतीमध्ये रेषा l ∥ रेषा m असून रेषा n ही त्यांची छेदिका आहे . जर ∠c = 50° तर ∠a , ∠q , ∠r , ∠s यांची मापे शोधा




(ii) रेषा p ∥ रेषा q असून रेषा r ही त्यांची छेदिका असल्यास , आकृतीमध्ये दिलेल्या माहितीवरून x ची किंमत शोधा.




**लिंक :**

**1. दोन रेषांना एका छेदिकेने छेदल्यामुळे तयार होणारे कोन व समांतर रेषांचे गुणधर्म :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130064827409530881 30

SCERT PUNE

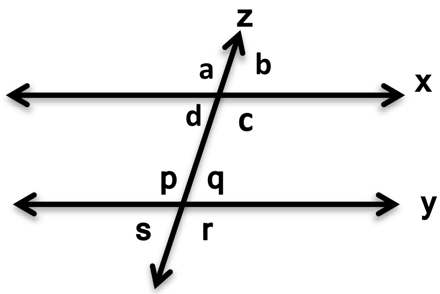
**दिवस 11 वा**

**घटक :** समांतर रेषा **उपघटक :** रेषांच्या समांतरतेच्या कसोट्या

**क्षमता विधान :** समांतर रेषांच्या कसोट्याचे उपयोजन करता येणे.

**जरा आठवूया :**

(i) आकृतीवरून संगतकोन, आंतरकोन व व्युत्क्रम कोनांच्या सर्व जोड्या लिहा.




**महत्वाचे मुद्दे :**

**(1) समांतर रेषांची आंतरकोन कसोटी :** दोन भिन्न रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता छेदिकेच्या एका बाजूच्या आंतरकोनांची बेरीज 180° असेल तर त्या रेषा समांतर असतात.

**(2) समांतर रेषांची व्युत्क्रमकोन कसोटी :** दोन भिन्न रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता तयार होणाऱ्या व्युत्क्रम कोनांची एक जोडी एकरूप असेल तर त्या रेषा समांतर असतात.

**(3) समांतर रेषांची संगतकोन कसोटी :** दोन भिन्न रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता तयार होणाऱ्या संगत कोनांची एक जोडी एकरूप असेल तर त्या रेषा समांतर असतात .

**उपप्रमेय - I :** जर एक रेषा त्याच प्रतलातील दोन रेषांना लंब असेल तर त्या दोन रेषा परस्परांना समांतर असतात .

**उपप्रमेय - II :** जर एका प्रतलातील दोन रेषा त्याच प्रतलातील तिसऱ्या रेषेला समांतर असतील तर त्या दोन रेषा परस्परांना समांतर असतात .

**प्रमेय :** कोणत्याही त्रिकोणाच्या तीनही कोनाच्या मापांची बेरीज 180°

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1 : विधानांतील रिकाम्या जागा भरण्यासाठी दिलेल्या पर्यायांपैकी अचूक पर्याय निवडा.**

1) $\Delta PQR$ मध्ये $\angle Q = 70^0$ , $\angle R = 45^0$ तर $\angle P$ चे माप .............. आहे.

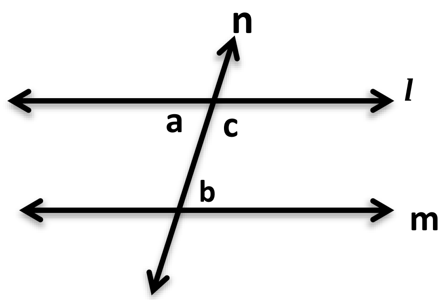
(A) $65^0$ (B) $75^0$ (C) $85^0$ (D) $95^0$

2) दोन रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता तयार होणाऱ्या आंतरकोनांच्या जोडीतील कोनांची मापे $79^0$ व $99^0$ आहेत तर त्या रेषा........... असतात .

(A) समांतर (B) छेदणाऱ्या (C) समान (D) लंब

## प्रश्न 2 : पुढील कृती पूर्ण करा .

(1) दोन रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता तयार होणाऱ्या व्युत्क्रम कोनांची एक जोडी एकरूप असेल तर त्या रेषा समांतर असतात. हे सिद्ध करा.




पक्ष : रेषा n ही रेषा $l$ व रेषा m यांची छेदिका आहे .

$\angle$ a व $\angle$ b ही व्युत्क्रम कोनांची जोडी असून $\angle a = \angle b$

साध्य : $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$

सिध्दता : $\boxed{\qquad}$ + $\angle c = 180°$ .......... (I) ( रेषीय जोडीतील कोन )

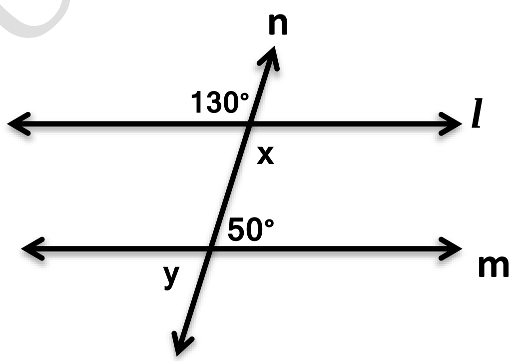
$\angle a = \angle b$ ........ (II) ( पक्ष )

∴ $\boxed{\qquad}$ + $\angle c = 180°$ ......... ( विधान (I) व (II) वरून )

परंतु $\angle$ c व $\angle$ b हे छेदिकेच्या एकाच बाजूचे आंतरकोन आहेत.

रेषा $l$ ∥ $\boxed{\qquad}$ ............ आंतरकोन कसोटीवरून.

(2) आकृतीमध्ये दर्शविलेल्या कोनाच्या मापांवरून $\angle$ x व $\angle$ y यांची मापे शोधा आणि सिद्ध करा की, रेषा $l$ ∥ रेषा m




उकल :

$\angle x$ = $\boxed{\qquad}$........विरुद्ध कोनांचा गुणधर्म

$\angle y = 50°$ ............... $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$

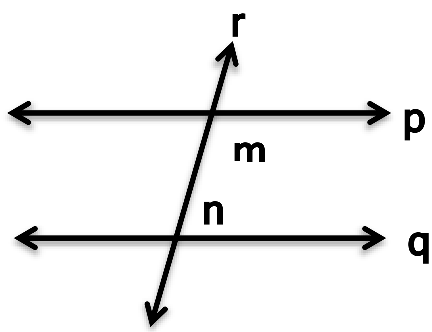
$\angle x + 50°$ = $\boxed{\qquad}$ + $50°$

∴ $\angle x + 50° = 180°$

∴ रेषा $l$ ∥ रेषा m .......... $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$

## प्रश्न 3 रा : पुढील उपप्रश्न सोडवा.

(i) आकृतीमध्ये रेषा r ही रेषा p आणि रेषा q यांची छेदिका आहे . जर $\angle m = 58°$ , $\angle n = 121°$ असेल तर रेषा p ∥ रेषा q आहे का ते सकारण सांगा .




SCERT PUNE

(ii) जर एखादी रेषा एका प्रतलातील दोन समांतर रेषांपैकी एका रेषेला लंब असेल तर ती दुसऱ्या रेषेलाही लंब असते, हे सिद्ध करा .

(iii) समांतरभूज चौकोनाचा एक कोन काटकोन असेल तर तो चौकोन आयत असतो, हे सिद्ध करा.

**लिंक :**

**समांतर रेषांच्या गुणधर्मांचा वापर व समांतर रेषांच्या कसोट्या :**
https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_313018562482216960170

SCERT PUNE

**दिवस : 12 वा**

**घटक :** बहुपदी

**उपघटक :** बहुपदीची कोटी , बहुपदीचे प्रमाणरूप, बहुपदीचे सहगुणकरूप.

**क्षमता विधाने :**

1) बहुपदीची कोटी ओळखता येणे.
2) बहुपदी प्रमाणरुपात लिहिता येणे.
3) बहुपदी सहगुणकरुपात लिहिता येणे.

**महत्त्वाचे मुद्दे व उजळणी :**

**बहुपदीची कोटी :** दिलेल्या बहुपदीतील चलाच्या सर्वात मोठ्या घातांकाला त्या बहुपदीची कोटी असे म्हणतात.

**उदा.** $2x + 5x^2 - 3$ या बहुपदीत ‘x’ हे चल असून त्याचा सर्वात मोठा घातांक 2 आहे म्हणून या बहुपदीची कोटी 2 आहे. 2 कोटी असणाऱ्या बहुपदीला वर्गबहुपदी असे सुद्धा म्हणतात.

**बहुपदीचे प्रमाणरूप :** एखादी बहुपदी तिच्या घातांकाच्या चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने मांडणे म्हणजे तिचे प्रमाणरूप होय.

**उदा.** $-7+ 6x^2 + 4x$ ही वर्गबहुपदी प्रमाणरुपात पुढील प्रमाणे मांडता येईल.

वर्गबहुपदीचे प्रमाणरूप = $6x^2 + 4x - 7$

**बहुपदीचे सहगुणक रूप :** प्रमाणरूपातील बहुपदीच्या प्रत्येक पदातील चलाचा सहगुणक चिन्हासहित कंसात स्वल्पविराम देऊन लिहिणे म्हणजेच त्या बहुपदीचे सहगुणक रूप.

**उदा.** i) $6x^2 + 4x - 7$ या बहुपदीचे सहगुणक रूप ( 6, 4, -7 ) असे लिहिता येते.

ii) $5x^2 - 2x - 3$ या बहुपदीचे सहगुणक रूप ( 5, -2, -3 ) असे लिहिता येते.

**तसेच सहगुणकरूपातील बहुपदी ही घातांकरुपात लिहिता येते. या करिता जेवढे सहगुणक दिले असतील त्यांच्या संख्येपेक्षा एक ने कमी कोटी घ्यावी.**

**उदा.** (5, -4 , 0, 3) ही सहगुणक रूपातील बहुपदी घातांक रुपात मांडताना खालील प्रमाणे मांडावी.

(5, -4 , 0, 3) यात एकूण 4 पदे आहेत म्हणजे कोटी 4 -1 = 3 असणार.

आपण x हे चल वापरून, बहुपदीचे घातांकरूप = $5x^3 - 4x^2 + 0x +3$ असे लिहू शकतो

आता विद्यार्थी मित्रांनो तुम्ही वरील संकल्पनांवर आधारित काही प्रश्न सोडविण्याचा प्रयत्न करा.

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1 : खालील बहुपर्यायी प्रश्नांकरिता योग्य उत्तराचा पर्याय निवडा.**

1) $3x^3 + 5x + 5x^2 – 5$ या बहुपदीची कोटी .......... आहे.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

2) $5x^3 – 2x + 6x^4 + 1$ ही बहुपदी प्रमाणरुपात ............ अशी लिहितात.

A) $6x^4 + 5x^3 – 2x + 1$ B) $5x^3 – 2x + 1 + 6x^4$

C) $6x^4 + 5x^3 + 1 – 2x$ D) $6x^4 – 2x + 1 + 5x^3$

3) $4y^2 + 5y – 3$ ही बहुपदी सहगुणकरुपात.......... अशी लिहितात.

A) (4, 5, 3) B) (4, -5, -3) C) (4,- 5, 3) D) (4, 5, -3)

**प्रश्न 2 : खालील कृती पूर्ण करा.**

**1) खालील तक्ता पूर्ण करा.**

| क्रमांक | बहुपदी | कोटी |
|---|---|---|
| 1 | $4p^5 + 7p^3 – 8p + 1$ | |
| 2 | $6a^5 + 7a^8 - 9$ | |
| 3 | $C^9 - 1$ | |

**2) खालील तक्ता पूर्ण करा.**

| क्रमांक | बहुपदी | प्रमाणरूप |
|---|---|---|
| 1 | $4d^3 + 5d^4 – 3d^2 + 1$ | |
| 2 | $6y^2 – 3y^5 + 7y^3 – y^4 + 10$ | |
| 3 | $9p^2 + 8p^3 – 9 + 5p$ | |

**3) खालील तक्ता पूर्ण करा.**

| क्रमांक | बहुपदी | सहगुणकरूप |
|---|---|---|
| 1 | $7p^2 – 8p + 3$ | |
| 2 | $9t^3 + 7t^2 – 5t + 9$ | |
| 3 | $10h - 4$ | |

SCERT PUNE

**4) खालील तक्ता पूर्ण करा.**

| क्रमांक | बहुपदी सहगुणकरूप | बहुपदी घातांकरुपात ( x हे चल वापरावे ) |
|---|---|---|
| 1 | (1,-2, 3) | |
| 2 | (1, 0 , 0 , -3) | |
| 3 | ( -4, 0, 1, 2 , 9 ) | |

**लिंक :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528209300701184153324?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_31243867414684467211791

SCERT PUNE

**दिवस : 13 वा**

**घटक :** बहुपदी

**उपघटक :** बहुपदींवरील क्रिया

**क्षमता विधाने:**

1) बहुपदीची बेरीज, वजाबाकी करता येणे.
2) बहुपदीचे गुणाकार करता येणे.

## महत्त्वाचे मुद्दे व उजळणी :

बहुपदींची बेरीज , वजाबाकी , गुणाकार या क्रिया बैजिक राशींवरील क्रियांप्रमाणेच करतात.

### बहुपदींची बेरीज :

**उदा.** : $(3x^2 - 5x + 3) + (8x + 4x^2 - 4$

$= (\underline{3x^2 + 4x^2} \underline{- 5x + 8x} + \underline{3 - 4})$ ......(दोन्ही कंसातील सरूप पदे एकमेकांच्या शेजारी मांडून)

$= 7x^2 + 3x - 1$

### बहुपदींची वजाबाकी :

**उदा.** : $(4P^3 + 3P^2 - 5) - (2P - 5)$

$= (4P^3 + 3P^2 - 5 - 2P + 5)$............(दोन कंसांच्या मध्ये वजाबाकीचे चिन्ह असल्याने दोन्ही कंसाची पदे एकत्र करताना दुसऱ्या कंसातील पदांची चिन्हे बदलली.)

$= (4P^3 + 3P^2 - 2P - 5 + 5)$.......... (दोन्ही कंसातील सरूप पदे एकमेकांच्या शेजारी मांडून)

$= 4P^3 + 3P^2 - 2P$

### बहुपदींचा गुणाकार :

**उदा.** : 1) $3a ( 4a - 5)$

$= (3a \times 4a) - (3a \times 5)$

$= 12a^2 - 15a$

2) $(2a + 3 ) ( 5a^2 + 4a)$

$= 2a (5a^2 + 4a) +3 (5a^2 + 4a)$

$= (2a \times 5a^2) + (2a \times 4a) + (3 \times 5a^2) + (3 \times 4a)$

$= (10a^3 \underline{+ 8a^2 + 15a^2} + 12a)$

$= (10a^3 + 23a^2 + 12a)$

आता विद्यार्थी मित्रांनो तुम्ही वरील संकल्पनांवर आधारित काही प्रश्न सोडविण्याचा प्रयत्न करा.

SCERT PUNE

# स्वाध्याय

**प्रश्न 1 : खालील तक्त्यात प्रश्नापुढील योग्य चौकटीत बरोबरची ( √ ) खूण करा.**

| क्र. | प्रश्न | होय | नाही |
|---|---|---|---|
| 1 | $2a^2$ व $3a$ ही सरूप पदे आहेत का? | | |
| 2 | $2a^2$ व $3a$ या दोघांची प्रत्यक्ष बेरीज करता येईल का? | | |
| 3 | $2a^2 \times 3a = 6a^3$ होईल का? | | |
| 4 | $2a^2 - 3a = a(2a - 3)$ हे विधान सत्य आहे का? | | |

**प्रश्न 2 : खालील उदाहरणे सोडवा.**

**1) खालील बहुपदींची बेरीज करा.**

a) $(3b^2 + 4b - 5) + (5 + 4b^2 - 8b)$

b) $(15w^3 + 12w^2 - 5w) + (13w^4 - 12w^2 + 7w - 18)$

**2) खालील बहुपदींची वजाबाकी करा.**

a) $(2a^4 - 23a^2 - 8) - (3a^4 - 3a^2 - 9)$

b) $(3a^2 - 5a + 4a^3) - (4a^3 - 10a + 11)$

**3) खालील बहुपदींचा गुणाकार करा.**

a) $3p(3p + 9)$

b) $5a(-9a^2 + 3a)$

c) $(3q - 2)(5q + 3)$

d) $(-2b + 3)(3b^2 + 8b)$

SCERT PUNE

**दिवस :** 14 वा

**घटक :** बहुपदी

**उपघटक :** चलाची किंमत दिली असता बहुपदीची किंमत काढणे.

**क्षमता विधान:**

1) विद्यार्थ्यांना चलाची किंमत दिली असता बहुपदीची किंमत काढता येणे.

**महत्त्वाचे मुद्दे व उजळणी :**

**बहुपदीची किंमत :**

बहुपदीतील चलाला एखादी किंमत दिली की त्या बहुपदीचीही एक किंमत मिळते.

उदा. $P(x) = x^2 + 5x - 10$ या बहुपदीकरीता $x = 3$ असताना बहुपदीची किंमत काढा.

वरील उदाहरणात $x^2 + 5x - 10$ या बहुपदीत x हे चल असून त्याची किंमत 3 असताना आपल्याला बहुपदीची किंमत काढायची आहे. हे उदाहरण सोडविण्याच्या पायऱ्या पुढीलप्रमाणे,

$$P(x) = x^2 + 5x - 10$$

$$P(3) = 3^2 + 5(3) - 10$$

$$= 9 + 15 - 10$$

$$= \mathbf{14}$$

म्हणजेच $P(x) = x^2 + 5x - 10$ या बहुपदीसाठी चलाची किंमत 3 असताना बहुपदीची किंमत 14 आहे.

SCERT PUNE

आता विद्यार्थी मित्रांनो तुम्ही वरील संकल्पनांवर आधारित काही प्रश्न सोडविण्याचा प्रयत्न करा.

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1 : खालील बहुपर्यायी प्रश्नांकरिता योग्य उत्तराचा पर्याय निवडा.**

1) $x = 2$ असताना $x + 5$ या बहुपदीची किंमत ........ असेल.

A) 2 B) 4 C) 5 D) 7

2) $Z = 0$ असताना $z^2 - 5z + 2$ या बहुपदीची किंमत ......असेल.

A) 2 B) 7 C ) -7 D) -2

3) $y = -1$ असताना $y - 12$ या बहुपदीची किंमत ...... असेल.

A) -12 B) -13 C ) 11 D) -11

**प्रश्न 2 : खालील कृती पूर्ण करा.**

1) $p = 3$ असताना $3p^3 + 2p^2 - 4p - 3$ या बहुपदीची किंमत काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

**उकल**: $P(p) = 3p^3 + 2p^2 - 4p - 3$

$P(.....) = 3(3)^3 + 2(3)^2 - .......(3) - 3$

$= 81 + 18 - (.....) - 3$

$= (..............)$

2) $x = -2$ असताना $ax^2 - 2x - 8$ या बहुपदीची किंमत 4 असताना a ची किंमत काढा..

**उकल**: $P(x) = ax^2 - 2x - 8$

$p(....) = a(-2)^2 - 2(-2) - (....)$

$= 4a + 4 - 8$

$= 4a - (......)$

परंतु चलाची किंमत $x = -2$ असताना बहुपदीची किंमत 4 आहे म्हणून,

$4a - 8 = 4$

$4a = (......)$

$a = 3$

**प्रश्न 3 : खालील उदाहरणे सोडवा.**

1) $x = 2$ असताना $x^2 - 5x + 9$ या बहुपदीची किंमत काढा.

2) $s = 3$ असताना $s^3 - 4s + 8$ या बहुपदीची किंमत काढा.

3) $y = -1$असताना $2y^2 - ky + 3$ या बहुपदीची किंमत 6 असेल तर k ची किंमत काढा.

SCERT PUNE

**दिवस :** 15 वा

**घटक :** बहुपदी

**उपघटक :** बहुपदीचे अवयव पाडणे .

**क्षमता विधान :** विद्यार्थ्यांना बहुपदीचे अवयव पाडता येणे.

**महत्त्वाचे मुद्दे व उजळणी :**

**बहुपदीचे अवयव :**

- $ax^2 + bx + c$ या प्रकारच्या बहुपदीला आपण वर्गबहुपदी असे म्हणतो. अशा प्रकारच्या बहुपदीचे अवयव पाडण्याची पद्धत तुम्ही इ 8 वीत शिकला आहात.
- यावर आधारित काही उदाहरणे सोडवूयात.

**नमुना उदाहरणे :**

खालील बहुपदीचे अवयव पाडा.

1) $4x^2 - 8x$

$= 4x (x - 2)$..............(4x हा अवयव सामायिक काढून)

2) $Y^2 - 25$

$= ( y - 5 ) (y + 5)$ ........................[ $(a^2 - b^2) = (a-b) (a+b)$ या सूत्रानुसार ]

3) $3x^2 + 7x + 2$

येथे अवयव पाडताना सर्वप्रथम पहिल्या व तिसऱ्या पदाच्या सहगुणकांचा गुणाकार करूयात.

$3 \times 2 = 6$

आता 6 चे असे अवयव घेऊयात की त्यांची बेरीज 7 असेल म्हणजेच मधल्या पदाच्या सहगुणका एवढी म्हणजेच 6 + 1 = 7 असे आपण घेऊ शकतो. आता हे अवयव घेऊन आपण मधल्या पदाची फोड करूयात व पुढीलप्रमाणे मांडणी करूयात.

$\underline{3x^2 + 6x} + \underline{1x + 2}$

$= 3x ( x + 2 ) + 1 ( x + 2 )$

$= (x + 2 ) ( 3x + 1 )$

अशाप्रकारे आपण $3x^2 + 7x + 2$ या वर्ग बहुपदीचे अवयव पाडू शकतो.

आता विद्यार्थी मित्रांनो तुम्ही वरील संकल्पनांवर आधारित काही प्रश्न सोडविण्याचा प्रयत्न करा.

SCERT PUNE

## प्रश्न 1 : खालील बहुपर्यायी प्रश्नांकरिता योग्य उत्तराचा पर्याय निवडा.

1) $X^2 + 3x + 2$ या बहुपदीचे अवयव ................ आहेत.

A) $(x + 2)(x + 1)$ B) $(x + 3)(x + 1)$

C) $(x + 3)(x + 2)$ D) $(x+3)(x - 2)$

2) $4p^2 - 9$ या बहुपदीचे अवयव ................ आहेत.

A) $(2p - 3)(2p - 3)$ B) $(2p - 3)(2p + 3)$

C) $(2p + 3)(2p + 3)$ D) $(4p - 3)(4p - 3)$

3) $5x^2 - 125$ या बहुपदीचे अवयव ................ आहेत.

A) $5(x - 5)(x - 5)$ B) $5(x + 5)(x + 5)$

C) $5(x - 5)(x + 5)$ D) $(x - 5)(x + 5)$

## प्रश्न 2 : खालील कृती पूर्ण करा.

1) $5x^2 - 12x - 9$ या बहुपदीचे अवयव पाडण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

$= 5x^2 - (........) + (........) – 9$

$= 5x(.........) + 3\ (..........)$

$= (x - 3)\ (..........)$

2) $n^2 - 5n + 6$ या बहुपदीचे अवयव पाडण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

$= n^2 - (........) - (........) + 6$

$= n\ (.........) - 2\ (..........)$

$= (n - 3)\ (..........)$

3) $p^2 + 7p + 10$ या बहुपदीचे अवयव पाडण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

$= (.......) + 5p + 2p + 10$

$= p\ (.........) + (.....)\ (p + 5)$

$= (......)\ (p + 5)$

## प्रश्न 3 : खालील बहुपदींचे अवयव पाडा.

1) $6x^2 - 54x$

2) $7p^2 - 63$

3) $a^2 + 11a - 42$

4) $2h^2 + 12h + 18$

5) $3k^2 - 18k + 15$

SCERT PUNE

## चाचणी - 1

दिवस 16 वा

इयत्ता : 10 वी	विषय : गणित

वेळ : 1 तास	गुण : 15

**Q.1. खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.** **[4 गुण]**

**i)** जर A = { a, b, c, d, e, f, g, h }, B = { a, c, e }, C = { a, e, i }, D = { g, h, i } तर पुढीलपैकी कोणते विधान सत्य आहे.

(A) $C \subseteq A$  (B) $B \subseteq A$  (C) $D \subseteq A$  (D) $B \subseteq D$

**ii)** दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता तयार होणाऱ्या कोनांपैकी एका कोनाचे माप 40° असेल तर त्याच्या संगत कोनाचे माप ......... असते .

(A) 140°  (B) 80°  (C) 50°  (D) 40°

**iii)** $2x^2 - 5x + 12$ ही बहुपदी सहगुणक रुपात ............ अशी लिहितात.

(A) (2, -5, 12)  (B) (2, 5, -12 )  (C) (2, 5, 12 )  (D) ( 2, -5, -12 )

**iv)** दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता छेदिकेच्या एकाच बाजूला तयार होणाऱ्या आंतरकोनांच्या जोडीतील एका कोनाचे माप 50° असेल तर दुसऱ्या कोनाचे माप ....... असते .

(A) 50°  (B) 130°  (C) 40°  (D) 140°

**Q.2. खालील उपप्रश्न सोडवा** **[3 गुण]**

**i)** दोन भिन्न रेषा परस्परांना छेदतात तेंव्हा त्यांच्या छेदसंचात किती बिंदू असतात ?

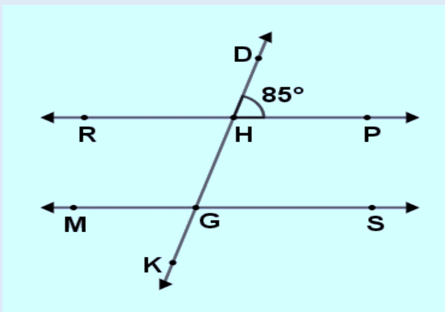
**ii)** बिंदू Q हा रेख PR चा मध्यबिंदू आहे आणि PR = 10 सेमी असेल तर PQ = किती ?

**iii)** बिंदू A चा निर्देशक - 5 व बिंदू B चा निर्देशक 3 असेल तर d(A,B) = किती ?

**Q.3. खालील उपप्रश्न सोडवा** **[8 गुण]**

**i)** आकृतीमध्ये रेषा RP ∥ रेषा MS व रेषा DK ही त्यांची छेदिका आहे . ∠DHP = 85° तर खालील कोनांची मापे शोधा .

a) ∠RHD  b) ∠PHG  c) ∠HGS  d) ∠MGK




**ii)** (a) 1 ते 25 मधील सममूळ संख्यांचा संच यादी पद्धतीने लिहा.

(b) B = { } तर n(B) = किती ?

**iii)** सरळरूप द्या : $(4x^2 + 7x - 1) - (x^2 + 8x - 7) + (x^2 + 10)$

**iv)** सोपे रूप द्या : $3\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{50}$

**दिवस** 17 वा

**घटक :** त्रिकोण **उपघटक :** त्रिकोणांचे प्रकार

**क्षमता विधाने :** 1) त्रिकोणाच्या बाजूंवरून किंवा कोनांवरून त्या त्रिकोणाचा प्रकार ओळखता येणे.
2) समद्विभुज त्रिकोणाच्या एकरूप बाजू व त्यासमोरील कोन यामधील संबंध समजणे.

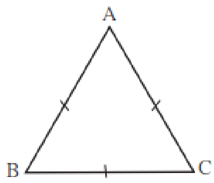
**जरा आठवुया :** कोणत्याही एका त्रिकोणाची आकृती काढा. मोजपट्टीच्या साहाय्याने त्याच्या सर्व बाजूंची लांबी मोजा. तसेच कोनमापकाच्या साहाय्याने त्याच्या प्रत्येक कोनाचे माप मोजा.

## महत्वाचे मुद्दे :

**त्रिकोण** - तीन नैकरेषीय बिंदूना रेषाखंडांनी जोडल्यास तयार होणाऱ्या बंदिस्त आकृतीला त्रिकोण म्हणतात. त्रिकोणाला तीन शिरोबिंदू, तीन बाजू व तीन कोन असतात.

**त्रिकोणाचे प्रकार (बाजूंवरून) -**

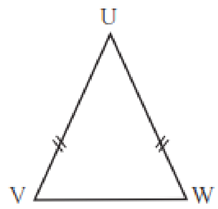
1) **समभुज त्रिकोण** - ज्या त्रिकोणाच्या सर्व बाजू समान लांबीच्या असतात, त्या त्रिकोणाला समभुज त्रिकोण म्हणतात.




$\triangle$ABC मध्ये AB = BC = AC आहे. $\therefore$ $\triangle$ABC हा समभुज त्रिकोण आहे.

समभुज त्रिकोणाच्या प्रत्येक कोनाचे माप 60° असते.

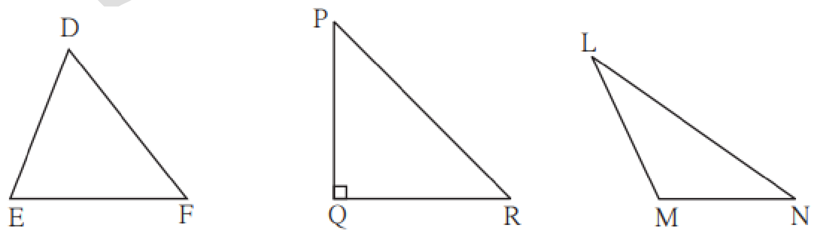
2) **समद्विभुज त्रिकोण** - ज्या त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन बाजू समान लांबीच्या असतात, त्या त्रिकोणास समद्विभुज त्रिकोण म्हणतात.




$\triangle$UVW मध्ये UV = UW आहे. $\therefore$ $\triangle$UVW हा समद्विभुज त्रिकोण आहे.

3) **विषमभुज त्रिकोण** - ज्या त्रिकोणाच्या तिन्ही बाजू असमान लांबीच्या असतात, त्या त्रिकोणास विषमभुज त्रिकोण म्हणतात.

**त्रिकोणाचे प्रकार (कोनांवरून) –**



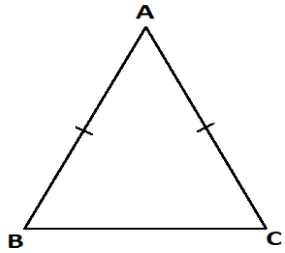

1) **लघुकोन त्रिकोण** - ज्या त्रिकोणाचे तीनही कोन लघुकोन असतात, त्या त्रिकोणास लघुकोन त्रिकोण म्हणतात. आकृतीत $\triangle$DEF हा लघुकोन त्रिकोण आहे.

2) **काटकोन त्रिकोण** - ज्या त्रिकोणाचा एक कोन काटकोन असतो, त्या त्रिकोणास काटकोन त्रिकोण म्हणतात. आकृतीत $\triangle$PQR हा काटकोन त्रिकोण आहे.

3) **विशालकोन त्रिकोण** - ज्या त्रिकोणाचा एक कोन विशालकोन असतो, त्या त्रिकोणास विशालकोन त्रिकोण म्हणतात. आकृतीत $\triangle$LMN हा विशालकोन त्रिकोण आहे.

SCERT PUNE

## समद्विभुज त्रिकोणाचे प्रमेय व त्याचा व्यत्यास -




1) **प्रमेय** - जर त्रिकोणाच्या दोन बाजू एकरूप असतील तर त्या बाजूसमोरील कोन एकरूप असतात.

∴ $\triangle ABC$ मध्ये जर बाजू $AB \cong$ बाजू $AC$ असेल तर $\angle B \cong \angle C$ असते.

2) **व्यत्यास** - जर त्रिकोणाचे दोन कोन एकरूप असतील तर त्या कोनांसमोरील बाजू एकरूप असतात

∴ $\triangle ABC$ मध्ये जर $\angle B \cong \angle C$ असेल तर बाजू $AB \cong$ बाजू $AC$ असते.

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1) खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.**

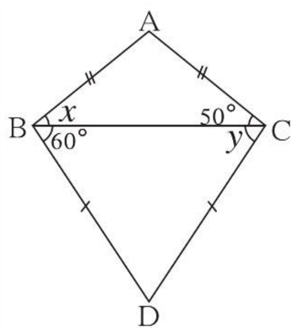
1) एका त्रिकोणाच्या बाजूंची लांबी 3.4 सेमी, 3.4 सेमी व 5 सेमी आहे, तर तो त्रिकोण कोणत्या प्रकारचा आहे?

(A) समभुज त्रिकोण (B) विषमभुज त्रिकोण (C) समद्विभुज त्रिकोण (D) काटकोन त्रिकोण

2) $\triangle XYZ$ मध्ये $\angle Z \cong \angle X$ असल्यास $\triangle XYZ$ च्या कोणत्या बाजू एकरुप आहेत?

(A) कोणत्याही दोन बाजू (B) XY आणि XZ (C) XY आणि YZ (D) XZ आणि YZ

**प्रश्न 2) सोबतच्या आकृतीवरुन x व y च्या किंमती काढण्यासाठी पुढील कृती पुर्ण करा.**




(a) $\triangle ABC$ मध्ये $AB \cong AC$ ......(पक्ष)

∴ $\angle ABC \cong \angle$ $\boxed{\phantom{xx}}$ ......(एकरूप बाजूंसमोरील कोन)

∴ $x = \boxed{\phantom{xx}}$

(b) $\triangle BDC$ मध्ये $BD \cong DC$ ......(पक्ष)

∴ $\angle DCB \cong \angle$ $\boxed{\phantom{xx}}$ ......(एकरूप बाजूंसमोरील कोन)

∴ $y = \boxed{\phantom{xx}}$

प्रश्न 3) एका त्रिकोणाच्या दोन कोनांची मापे 30° आणि 45° आहेत तर त्या त्रिकोणाचा प्रकार कोणता असेल ते ठरवा?

प्रश्न 4) एका समभुज त्रिकोणाची परिमिती 16.5 सेमी असल्यास त्याच्या बाजूची लांबी काढा.

**लिंक** - समद्विभुज त्रिकोणाचे प्रमेय व त्याचा व्यत्यास

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?contentId=do_313018562688786432174

SCERT PUNE

**दिवस : 18 वा**

**घटक :** त्रिकोण

**उपघटक :** त्रिकोणांची एकरूपता

**क्षमता विधाने :** त्रिकोण एकरूपतेच्या कसोट्यांचा वापर करता येणे.

**जरा आठवुया :**

1) जर दोन रेषाखंडांची लांबी समान असेल तर त्यांना .............. रेषाखंड म्हणतात.

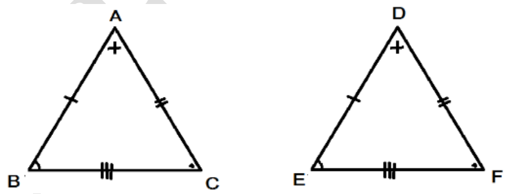
2) जर दोन कोनांची मापे समान असतील तर त्यांना .............. कोन म्हणतात.

3) एकरूपता संबंध दर्शविण्यासाठी कोणते चिन्ह वापरतात?

**महत्वाचे मुद्दे :**

**एकरूप त्रिकोण :**

जर दोन त्रिकोणांच्या संगत बाजू एकरूप असतील आणि त्यांचे संगत कोन एकरूप असतील तर ते दोन त्रिकोण एकरूप आहेत असे म्हणतात.




$\triangle ABC$ व $\triangle DEF$ मध्ये -

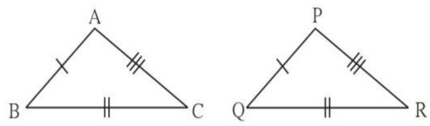
(a) बाजू $AB \cong$ बाजू $DE$, बाजू $BC \cong$ बाजू $EF$, बाजू $AC \cong$ बाजू $DF$ ........ (संगत बाजू एकरूप)

(b) $\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$, $\angle C \cong \angle F$ ..........(संगत कोन एकरूप)

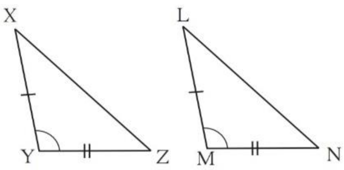
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$

**एकरूपतेच्या कसोट्या –**

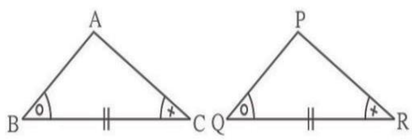
**1) बाबाबा कसोटी** : जर एका त्रिकोणाच्या तीन बाजू ह्या दुसऱ्या त्रिकोणाच्या तीन संगत बाजूंशी एकरूप असतील तर बाबाबा कसोटीनुसार ते दोन त्रिकोण एकरूप असतात.




**2) बाकोबा कसोटी** : जर एका त्रिकोणाच्या दोन बाजू व त्यांनी समाविष्ठ केलेला कोन हे दुसऱ्या त्रिकोणाच्या दोन संगत बाजू व त्यांनी समाविष्ठ केलेले कोन यांच्याशी एकरूप असतील तर बाकोबा कसोटीनुसार ते दोन त्रिकोण एकरूप असतात.

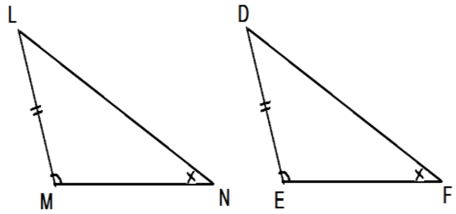



**3) कोबाको कसोटी :** जर एका त्रिकोणाचे दोन कोन व त्यांनी समाविष्ठ केलेली बाजू हे दुसऱ्या त्रिकोणाचे दोन संगत कोन व त्यांनी समाविष्ठ केलेली बाजू यांच्याशी एकरूप असतील तर कोबाको कसोटीनुसार ते दोन त्रिकोण एकरूप असतात.

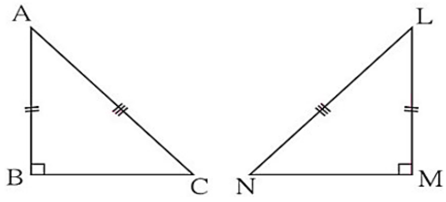



SCERT PUNE

**4) बाकोको कसोटी** : जर एका त्रिकोणाचे दोन कोन व त्यांनी समाविष्ठ नसलेली एक बाजू हे दुसऱ्या त्रिकोणाचे दोन संगत कोन व त्यांनी समाविष्ठ नसलेली संगत बाजू यांच्याशी एकरूप असतील तर बाकोको कसोटीनुसार ते दोन त्रिकोण एकरूप असतात.




**5) कर्ण-भुजा कसोटी** : जर दोन काटकोन त्रिकोणांचे कर्ण एकरूप असतील आणि संगत बाजूंची एक जोडी एकरूप असेल तर कर्ण-भुजा कसोटीनुसार ते दोन त्रिकोण एकरूप असतात.



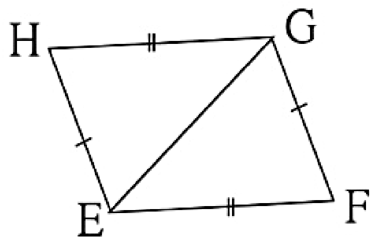

**उदा (1)** $\triangle RST \cong \triangle PMA$ असल्यास संगत बाजूच्या व संगत कोनाच्या जोड्या लिहा.

उकल : संगत बाजूच्या जोड्या– (1) बाजु RS $\cong$ बाजु PM (2) बाजु ST $\cong$ बाजु MA

(3) बाजु RT $\cong$ बाजु PA

संगत कोनाच्या जोड्या– (1) $\angle R \cong \angle P$ (2) $\angle S \cong \angle M$ (3) $\angle T \cong \angle A$

**उदा (2)** सोबतच्या आकृतीतील त्रिकोण कोणत्या कसोटीनुसार एकरूप आहेत ते ठरवा.




उकल : $\triangle HEG$ व $\triangle FGE$ मध्ये

बाजू HE $\cong$ बाजू GF ....... (पक्ष)

बाजू HG $\cong$ बाजू EF ....... (पक्ष)

बाजू EG $\cong$ बाजू EG ....... (सामाईक बाजू)

$\therefore$ बाबाबा कसोटीनुसार $\triangle SMA \cong \triangle OPT$

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1) खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.**

1) शिरोबिंदूंच्या $DEF \leftrightarrow RST$ या एकास एक संगतीनुसार रेख DE $\cong$ रेख RS, रेख DF $\cong$ रेख RT आणि $\angle D \cong \angle R$ तर खालीलपैकी कोणत्या कसोटीनुसार हे त्रिकोण एकरूप आहेत?

(A) बाबाबा कसोटी (B) बाकोबा कसोटी (C) कोबाको कसोटी (D) बाकोको कसोटी

2) $\triangle NTS$ व $\triangle PQR$ मध्ये जर रेख NT $\cong$ रेख QR, रेख TS $\cong$ रेख PR आणि रेख SN $\cong$ रेख PQ असेल तर खालीलपैकी एकरूप त्रिकोणांचे योग्य विधान कोणते आहे?

(A) $\triangle NTS \cong \triangle PQR$ (B) $\triangle STN \cong \triangle PRQ$ (C) $\triangle TNS \cong \triangle RPQ$ (D) $\triangle PQR \cong \triangle TSN$

3) $\triangle ABC$ व $\triangle DEF$ मध्ये रेख AB $\cong$ रेख FD आणि $\angle A \cong \angle D$ आहे. आणखी कोणती माहिती दिली असता $\triangle ABC$ व $\triangle DEF$ हे बाकोबा कसोटीनुसार एकरूप होतील?

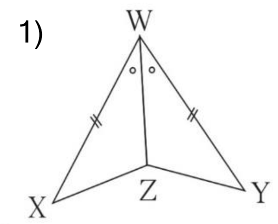
(A) रेख AC $\cong$ रेख DE (B) रेख BC $\cong$ रेख EF (C) रेख AC $\cong$ रेख EF (D) रेख BC $\cong$ रेख DE

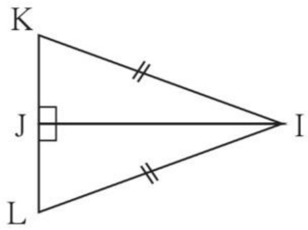
**प्रश्न 2) △TUV ≅ △LMN असल्यास पुढील चौकटी पुर्ण करा.**

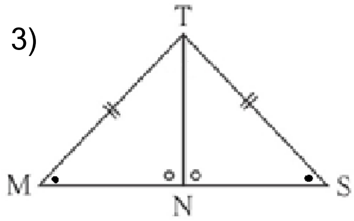
(a) बाजू TU ≅ बाजू ☐ (b) बाजू ☐ ≅ बाजू MN (c) बाजू ☐ ≅ बाजू ☐

(d) ∠☐ ≅ ∠L (e) ∠U ≅ ∠☐ (f) ∠☐ ≅ ∠☐

**प्रश्न 3) खालील आकृत्यांमधील त्रिकोण कोणत्या कसोट्यांनुसार एकरूप आहेत ते ओळखा.**

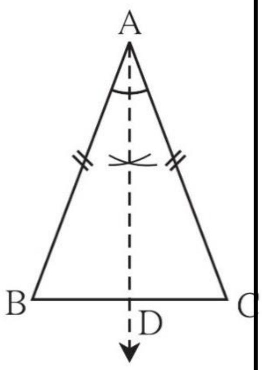
1) 


2) 


3) 


| | | |
|---|---|---|
| ...................... कसोटी | ...................... कसोटी | ...................... कसोटी |

प्रश्न 4) जर △ABC मध्ये बाजू AB ≅ बाजू AC आणि किरण AD हा ∠BAC चा दुभाजक असेल तर ∠B ≅ ∠C दाखवण्यासाठी खालील कृती पुर्ण करा.




कृती : △ABD व △ACD मध्ये

बाजू AB ≅ बाजू AC ......... (पक्ष)

∠BAD ≅ ☐ ........ (कोनदुभाजक)

बाजू AD ≅ ☐ ......... (सामाईक बाजू)

∴ △ABD ≅ △ACD ......... ☐

∴ ∠B ≅ ☐ ........ (एकरूप त्रिकोणाचे संगतकोन)

SCERT PUNE

**लिंक :**

1) एकरूप त्रिकोण -
https://diksha.gov.in/play/collection/do_3125988802766684162l857?contentId=do_3130140222755061761158

2) एकरूप त्रिकोण -
https://diksha.gov.in/play/collection/do_3125281947850014722505 97?contentId=do_3130185626663813121656

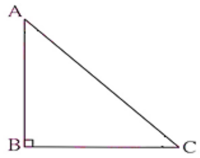
**दिवस : 19 वा**

**घटक :** त्रिकोण **उपघटक :** 30°-60°-90° व 45°-45°-90° त्रिकोणाचे गुणधर्म

**क्षमता विधाने :** 30°-60°-90° व 45°-45°-90° त्रिकोणाचे गुणधर्म समजणे व त्यांचा वापर करता येणे.

**जरा आठवुया :**

1) सोबतच्या △ABC च्या बाजूंमधील संबंध पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार लिहा.



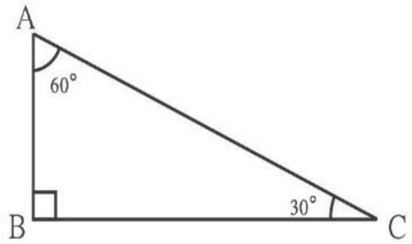

2) चौरसाची आकृती काढून त्यामध्ये कर्ण दाखवा. आता चौरसामध्ये दिसणाऱ्या कोणत्याही एका त्रिकोणातील कोनांची मापे मोजा व लिहा.

3) समभुज त्रिकोणात शिरोलंबामुळे होणाऱ्या त्रिकोणातील कोनांची मापे किती असतात?

**महत्वाचे मुद्दे :**

**$30^0$- $60^0$- $90^0$ त्रिकोणाचे प्रमेय :**

जर त्रिकोणाचे कोन $30^0$, $60^0$ व $90^0$ असतील तर $30^0$ कोनासमोरील बाजु ही $\frac{\text{कर्ण}}{2}$ असते आणि 60°कोनासमोरील बाजु ही $\frac{\sqrt{3}}{2} \times$ कर्ण असते.




(a) $30^0$ कोनासमोरील बाजु = $\frac{1}{2} \times$ कर्ण

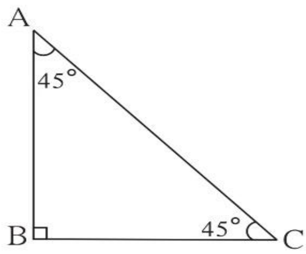
$\therefore$ AB = $\frac{1}{2} \times AC$

(b) $60^0$ कोनासमोरील बाजु = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times$ कर्ण

$\therefore$ BC = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times AC$

**$45^0$ – $45^0$ – $90^0$ त्रिकोणाचे प्रमेय :**

जर त्रिकोणाचे कोन $45^0$ , $45^0$ व $90^0$ असतील तर काटकोन करणारी प्रत्येक बाजु ही $\frac{\text{कर्ण}}{\sqrt{2}}$ असते.



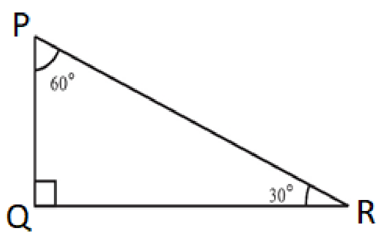

$45^0$ कोनासमोरील बाजु = $\frac{1}{\sqrt{2}} \times$ कर्ण

$\therefore$ AB = BC = $\frac{1}{\sqrt{2}} \times$ AC

**उदा (1) :** सोबतच्या आकृतीमध्ये जर PR=12 सेमी असेल तर PQ व QR च्या किंमती शोधा.

उकल : $m\angle P=60°$, $m\angle Q=90°$, $m\angle R=30°$

$\therefore$ 30°-60°-90° त्रिकोणाच्या प्रमेयानुसार,




(a) 30° कोनासमोरील बाजु = $\frac{1}{2} \times$ कर्ण

$\therefore$ PQ = $\frac{1}{2} \times PR = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ सेमी

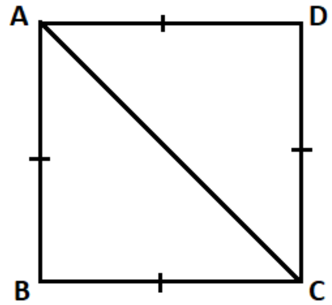
SCERT PUNE

(b) $60°$ कोनासमोरील बाजु = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × कर्ण

$\therefore$ QR = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × PR = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × 12 = $6\sqrt{3}$ सेमी

**उदा (2) :** एका चौरसाचा कर्ण $10\sqrt{2}$ सेमी असल्यास त्याची बाजू काढा.

उकल : □ABCD हा चौरस असुन AC = $10\sqrt{2}$ सेमी




$\triangle$ABC हा 45°-45°-90° चा त्रिकोण आहे.

45°कोनासमोरील बाजु = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ × कर्ण

$\therefore$ AB = BC = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ × AC = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ × $10\sqrt{2}$ =10

$\therefore$ चौरसाची बाजू = 10 सेमी

**स्वाध्याय :**

प्रश्न 1) खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.

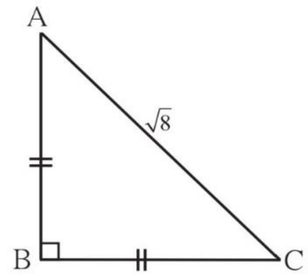
(1) समद्विभुज काटकोन त्रिकोणाच्या प्रत्येक लघुकोनाचे माप किती असते?

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°

(2) एका समभुज त्रिकोणाची बाजू 12 सेमी आहे. तर त्याची उंची किती?

(A) 4 सेमी (B) $4\sqrt{3}$ सेमी (C) 6 सेमी (D) $6\sqrt{3}$ सेमी

प्रश्न 2) सोबतच्या आकृतीवरून AB व BC काढण्यासाठी खालील कृती पुर्ण करा.




कृती : AB ≅ BC .... (पक्ष)

$\therefore$ ∠A ≅ ∠C .... (एकरूप बाजूसमोरील कोन)

$\therefore$ $m\angle A = m\angle C = \boxed{\phantom{00}}$ आणि $m\angle B = 90°$

$\therefore$ 45°-45°-90° त्रिकोणाच्या प्रमेयानुसार

AB = BC = $\boxed{\phantom{00}}$ × AC

= $\boxed{\phantom{00}}$ × $\sqrt{8}$

= $\boxed{\phantom{00}}$

प्रश्न 3) काटकोन $\triangle$LMN मध्ये LM हा कर्ण असुन ∠L = 30° व MN = 4 सेमी असल्यास LM व LN शोधा.

**लिंक्स -**

1) 30°-60°-90° त्रिकोणाचा गुणधर्म
https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?contentId=do_3130185627115520001168

2) 45°-45°-90° त्रिकोणाचा गुणधर्म
https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?contentId=do_313018562733211648172

SCERT PUNE

**दिवस - 20 वा**

**घटक :** त्रिकोण **उपघटक :** समरूप त्रिकोण

**अध्ययन निष्पत्ती :** समरूप त्रिकोण ओळखून त्यांच्या बाजूंची गुणोत्तरे लिहिता येणे.

**जरा आठवुया :**

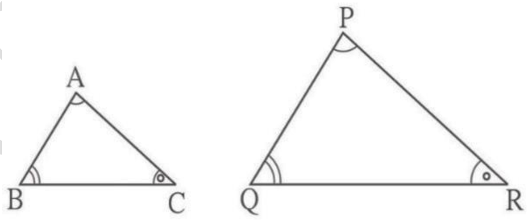
1) कोणत्याही दोन त्रिकोणांच्या शिरोबिंदूमधील संगती किती प्रकारे लावता येते?

2) GST↔ KLM या संगतीनुसार संगत बाजूच्या व संगत कोनाच्या सर्व जोड्या लिहा.

**महत्वाचे मुद्दे :**

**समरूप त्रिकोण :**

जर दोन त्रिकोणांचे संगत कोन एकरूप असतील आणि त्यांच्या संगत बाजू प्रमाणात असतील तर ते दोन त्रिकोण समरूप आहेत असे म्हणतात.




$\triangle ABC$ व $\triangle PQR$ मध्ये जर -

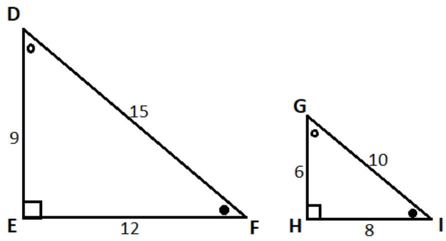
1) $\angle A \cong \angle P,\ \angle B \cong \angle Q,\ \angle C \cong \angle R$

....(संगत कोन एकरूप असतील)

2) $\dfrac{AB}{PQ} = \dfrac{BC}{QR} = \dfrac{AC}{PR}$

...(संगत बाजू प्रमाणात असतील)

असेल तर $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ असते.




**उदा (1) :** सोबतच्या आकृतीतील त्रिकोण समरूप आहेत का ते ठरवा. जर समरूप असतील तर संगती लिहा.

उकल : $\triangle DEF$ व $\triangle GHI$ मध्ये

$\angle D \cong \angle G,\ \angle E \cong \angle H,\ \angle F \cong \angle I$ ......(1)

तसेच $\dfrac{DE}{GH} = \dfrac{9}{6} = \dfrac{3}{2},\quad \dfrac{EF}{HI} = \dfrac{12}{8} = \dfrac{3}{2},\quad \dfrac{DF}{GI} = \dfrac{15}{10} = \dfrac{3}{2}$ .......(2)

विधान (1) व (2) नुसार संगत कोन एकरूप आहेत व संगत बाजू प्रमाणात आहेत.

$\therefore\ \triangle DEF \sim \triangle GHI$

शिरोबिंदूमधील DEF ↔ GHI या संगतीनुसार त्रिकोण समरूप आहेत.

**उदा (2) :** $\triangle ABC \sim \triangle PMN$, जर AB = 6, BC = 10, AC = 8 आणि MN = 4 तर PM व PN काढा.

उकल : $\triangle ABC \sim \triangle PMN$

$\therefore \dfrac{AB}{PM} = \dfrac{BC}{MN} = \dfrac{AC}{PN}$ ........(संगत बाजू प्रमाणात)

$\therefore \dfrac{6}{PM} = \dfrac{10}{4} = \dfrac{8}{PN}$

(a) $\dfrac{6}{PM} = \dfrac{10}{4}$ $\quad \therefore 10 \times PM = 6 \times 4 \quad \therefore PM = \dfrac{24}{10} \quad \therefore PM = 2.4$

(b) $\frac{10}{4} = \frac{8}{PN}$ ∴ 10 × PN = 8 × 4 ∴ PM = $\frac{32}{10}$ ∴ PM=3.2

## स्वाध्याय :

**प्रश्न 1) खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा..**

(1) $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ असून $m\angle A = 40°$ आणि $m\angle B=35°$ तर $m\angle R$ = किती?

(A) 75° (B) 15° (C) 95° (D) 105°

(2) $\triangle LMN \sim \triangle QTP$ जर 4LM = 3QT आणि LN = 6 सेमी तर PQ ची लांबी किती?

(A) 5.4 सेमी (B) 4.5 सेमी (C) 8 सेमी (D) 13 सेमी

**प्रश्न 2) $\triangle RST \sim \triangle XYZ$ असेल तर पुढील विधाने पुर्ण करा.**

(a) $\angle R \cong$ ..., $\angle S \cong$ ..., $\angle T \cong$ ...

(b) $\frac{RT}{XZ} = \frac{.....}{YZ}, \quad \frac{RS}{XY} = \frac{ST}{.....}, \quad \frac{XY}{.....} = \frac{YZ}{ST}$

**प्रश्न 3) $\triangle DEF \sim \triangle UVW$, जर $m\angle D=70°$ व $m\angle E=50°$ तर $\triangle UVW$ चे कोन शोधण्यासाठी खालील कृती सोडवा.**

(a) $\triangle DEF \sim \triangle UVW$

∴ $\angle D \cong \boxed{\phantom{xx}}$ ........(संगत कोन एकरूप)

परंतु $m\angle D=70°$ ∴ $m\angle U= \boxed{\phantom{xx}}$

(b) तसेच $\angle E \cong \boxed{\phantom{xx}}$ .......(संगत कोन एकरूप)

परंतु $m\angle E=50°$ ∴ $m\angle V= \boxed{\phantom{xx}}$

(c)आता $m\angle U + m\angle V + m\angle W = \boxed{\phantom{xx}}$ ..........(त्रिकोणाच्या सर्व कोनांची बेरीज)

∴ $70 + 50 + m\angle W = 180$

∴ $m\angle W = \boxed{\phantom{xx}}$

प्रश्न 4) समरूप त्रिकोणांच्या जोडीची कच्ची आकृती काढा. त्रिकोणांना नावे द्या. त्यांचे संगत कोन सारख्या खुणांनी दाखवा. त्यांच्या संगत बाजू प्रमाणात असलेल्या संख्यांनी दाखवा.

**लिंक -**

1) समरूप आकृत्या
https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528209258020864153216?contentId=do_313000776267538432114

2) समरूप त्रिकोण
https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?contentId=do_3130185628145827841657

SCERT PUNE

**दिवस : 21 वा**

**घटक :** त्रिकोण **उपघटक :** त्रिकोणाचे काही गुणधर्म

**क्षमता विधाने :** त्रिकोणाचे काही गुणधर्म समजणे व त्यांचा वापर करता येणे.

**जरा आठवुया :**

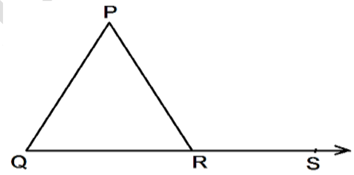
कोणत्याही एक त्रिकोणाची आकृती काढा. त्या त्रिकोणाचे सर्व बाह्यकोन काढा. त्रिकोणाला एकूण किती बाह्यकोन काढता येतात?

**महत्वाचे मुद्दे :**

**त्रिकोणाचा बाह्यकोन :**

त्रिकोणाची कोणतीही एक बाजू वाढवली असता जो कोन त्रिकोणाच्या लगतच्या आंतरकोनाशी रेषीय जोडीमध्ये असतो, त्या कोनाला त्या त्रिकोणाचा बाह्यकोन म्हणतात.

सोबतच्या आकृतीमध्ये ∠PRS हा △PQR चा बाह्यकोन असून ∠P व ∠Q हे त्याचे दुरस्थ आंतरकोन आहेत.

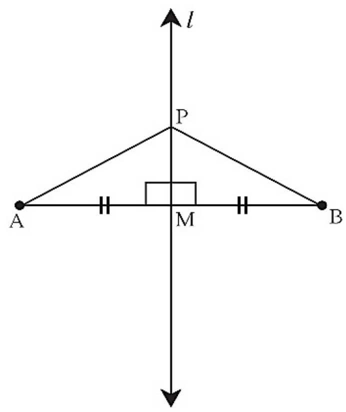



**त्रिकोणाच्या दुरस्थ आंतरकोनांचे प्रमेय :**

त्रिकोणाच्या बाह्यकोनाचे माप हे त्याच्या दुरस्थ आंतरकोनांच्या मापांच्या बेरजेइतके असते.

∴ ∠PRS = ∠P + ∠Q

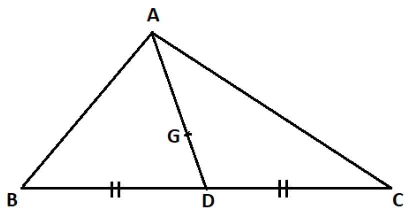
**लंबदुभाजकाचे प्रमेय :**




1) रेषाखंडाच्या लंबदुभाजकावरील प्रत्येक बिंदु हा त्या रेषाखंडाच्या अंत्यबिंदुपासुन समदुर असतो.
आकृतीमध्ये रेषा $l$ ही रेख AB ची लंबदुभाजक आहे.
∴ $l$(AP) = $l$(PB)

2) रेषाखंडाच्या टोकांपासुन समदुर असणारा कोणताही बिंदु त्या रेषाखंडाच्या लंबदुभाजकावर असतो.
जर $l$(AP) = $l$(PB) असेल तर बिंदू P हा रेख AB च्या लंबदूभाजकावर असतो.

**मध्यगा :**



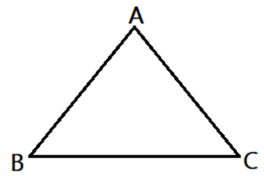

i) **व्याख्या -** त्रिकोणाचा शिरोबिंदु व त्याच्यासमोरील बाजुचा मध्यबिंदु यांना जोडणारा रेषाखंड म्हणजे त्या त्रिकोणाची मध्यगा होय.

ii) **गुणधर्म -** त्रिकोणाच्या तिन्ही मध्यगा एकसंपाती असतात व त्यांचा संपातबिंदु प्रत्येक मध्यगेस 2:1 या गुणोत्तरात विभागतो.
△ABC मध्ये AD ही मध्यगा असून बिंदू G हा मध्यगासंपातबिंदू आहे. ∴ AG:GD = 2:1

SCERT PUNE

**त्रिकोणाच्या बाजूंचा गुणधर्म :**

त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन बाजूंची बेरीज ही तिसऱ्या बाजूच्या लांबीपेक्षा जास्त असते. तसेच त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन बाजूंमधील फरक हा तिसऱ्या बाजूच्या लांबीपेक्षा कमी असतो.




$\triangle ABC$ मध्ये - (a) $AB + BC > AC$ (b) $AB + AC > BC$ (c) $BC + AC > AB$

तसेच (a) $AB - BC < AC$ (b) $AB - AC < BC$ (c) $BC - AC < AB$

## स्वाध्याय

प्रश्न 1) खालील बहुपर्यायी प्रश्नाच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.

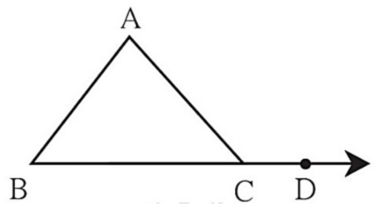
(i) $\triangle DEF$ मध्ये $\angle D=50°$, $\angle E=80°$ तर $\triangle DEF$ च्या $\angle DFG$ या बाह्यकोनाचे माप किती?

(A) 130° (B) 100° (C) 70° (D) 50°

(ii) एका त्रिकोणाच्या दोन भुजा 5 सेमी व 1.5 सेमी असतील तर त्या त्रिकोणाच्या तिसऱ्या भुजेची लांबी खालीलपैकी किती नसेल?

(A) 3.7 सेमी (B) 4.1 सेमी (C) 3.8 सेमी (D) 3.4 सेमी

प्रश्न 2) सोबतच्या आकृतीवरून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.




(a) आकृतीमध्ये बाह्यकोन कोणता आहे?

(b) या बाह्यकोनास अनुसरून दुरस्थ आंतरकोन कोणते आहेत?

(c) $\angle ACD$ चे माप शोधण्यासाठी कोणता गुणधर्म वापरावा?

(d) जर $\angle B=50°$ व $\angle A=75°$ असेल तर $m\angle ACD$ काढा.

**प्रश्न 3)** $\triangle PQR$ मध्ये PT ही मध्यगा असून बिंदू G हा मध्यगासंपातबिंदू आहे. जर GT=2.5सेमी तर PG व PT काढा.

SCERT PUNE

**लिंक :**

1)त्रिकोणाच्या दुरस्थ आंतरकोनांचे प्रमेय

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?contentId=do_3130185626182451201620

2) त्रिकोणाची मध्यगा व मध्यगेचे गुणधर्म

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?contentId=do_3130185627472117761508

3) लंबदुभाजकाचे प्रमेय व कोनदुभाजकाचे प्रमेय

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?contentId=do_313018562765660160175

## दिवस 22 वा

**घटक** - भौमितिक रचना **उपघटक** - मूलभूत रचना

**क्षमता विधाने** - भौमितिक साधनांचा उपयोग करून काही मुलभुत रचना करता येणे.

**जरा आठवुया** - 1) 4.5 सेमी लांबीचा रेख AB काढा.
2) 3.5 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा.

### महत्वाचे मुद्दे :

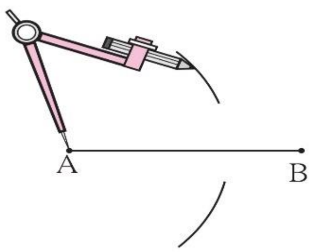
**आवश्यक मुलभूत रचना :**

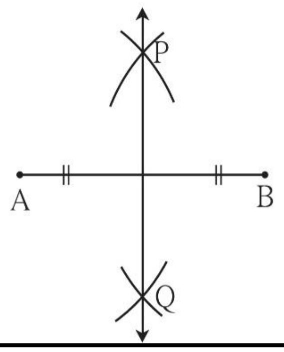
**1) दिलेल्या रेषाखंडाचा लंबदुभाजक काढणे.**

उदा. 4.3 cm लांबीचा रेख AB काढा व तो दुभागा.

**रचनेच्या पायऱ्या :**

1) 4.3 cm लांबीचा रेख AB काढा.
2) कंपासाचे टोक बिंदू A वर ठेवा, कंपासमध्ये AB च्या निम्म्यापेक्षा जास्त अंतर घेवून रेख AB च्या वरच्या व खालच्या बाजुस कंस काढा.
3) कंपासमध्ये तेच अंतर कायम ठेवा आणि कंपासाचे टोक बिंदू B वर ठेवून पूर्वीच्या कंसांना छेदणारे कंस काढा.
4) काढलेल्या कंसांच्या छेदनबिंदूतुन जाणारी रेषा काढा.




**2) दिलेल्या रेषेला रेषेवरील दिलेल्या बिंदूतून लंबरेषा काढणे.**

**उदा. :** रेषा $l$ काढा. त्यावर P हा कोणताही एक बिंदू घ्या. बिंदू P मधून जाणारी व रेषा $l$ ला लंब असणारी रेषा $m$ काढा.

**रचनेच्या पायऱ्या -**

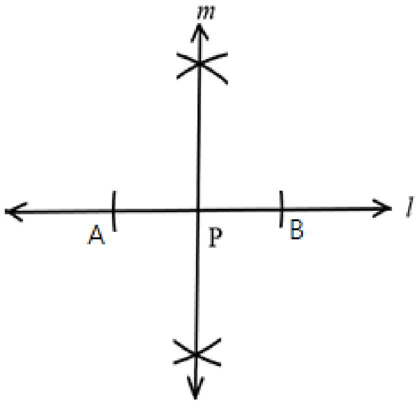
1) कोणतीही एक रेषा काढा, त्यास $l$ असे नाव द्या.
2) त्या रेषेवर P हा कोणताही एक बिंदू घ्या.
3) कंपासचे लोखंडी टोक P बिंदूवर ठेवा. P बिंदूच्या दोन्ही बाजूंना समान अंतरावर छेदणारे दोन कंस काढा. त्यांच्या छेदनबिंदूना अनुक्रमे A व B अशी नावे द्या.

SCERT PUNE

4) कंपासमध्ये AB अंतराच्या निम्म्यापेक्षा जास्त अंतर घ्या. कंपासचे लोखंडी टोक बिंदू A वर ठेवुन रेषेच्या दोन्ही बाजूस छेदणारे कंस काढा.

5) आता तेच अंतर कायम ठेवून कंपासचे लोखंडी टोक B बिंदूवर ठेवा आणि पुर्वीच्या कंसाला छेदणारे कंस रेषेच्या दोन्ही बाजूला काढा.

6) दोन्ही कंसांच्या छेदनबिंदूतुन जाणारी रेषा काढा, त्यास $m$ असे नाव द्या.




## 3) वर्तुळाची त्रिज्या किंवा व्यास दिला असता वर्तुळ काढणे, त्यामध्ये दिलेल्या लांबीची जीवा काढणे.

**उदा.**: व्यास AB हा 6.3 सेमी असणारे वर्तुळ काढा. त्यामध्ये 4 सेमी लांबीची जीवा MN काढा.

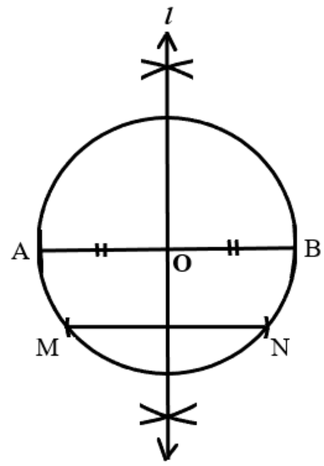
**रचनेच्या पायऱ्या -**

1) 6.3 सेमी लांबीचा रेषाखंड AB काढा.

2) रेख AB चा मध्यबिंदु शोधण्यासाठी त्याचा लंबदुभाजक रेषा $l$ काढा. बिंदू O हा रेख AB चा मध्यबिंदु असून वर्तुळाचा केंद्रबिंदु असेल.

3) आता कंपासचे लोखंडी टोक O या केंद्रबिंदूवर ठेवा आणि OA इतके अंतर घेवुन बिंदू A व बिंदू B यामधून जाणारे वर्तुळ काढा.

4) आता कंपासमध्ये 4 सेमी अंतर घेवुन वर्तुळावर जीवा MN चे स्थान निश्चित करा.




SCERT PUNE

**स्वाध्याय**

1) 4.7सेमी लांबीचा रेख AB काढा व तो दुभागा.

2) रेषा $x$ काढा. त्यावर A हा कोणताही एक बिंदू घ्या. बिंदू A मधून जाणारी व रेषा $x$ ला लंब असणारी रेषा $y$ काढा.

3) 5.7cm लांबीचा रेख PQ काढा. त्यावर बिंदू R असा घ्या की $l$(QR) = 3cm आणि P-R-Q. बिंदू R मधून रेख PQ ला लंबरेषा काढा.

4) 7.3 सेमी व्यास असणारे वर्तुळ काढा. त्यामध्ये 5.7 सेमी लांबीची जीवा XY काढा.

**लिंक :**

1) लंबदुभाजक काढणे.
https://diksha.gov.in/play/content/do_3130384857885818881157

**दिवस : 23 वा**

**घटक :** भौमितिक रचना **उपघटक :** मूलभूत रचना

**क्षमता विधाने :** त्रिकोणाच्या विशिष्ट बाबी दिल्या असता त्रिकोणरचना करता येणे.

**जरा आठवुया :** 1) 65° मापाचा ∠XYZ काढा.

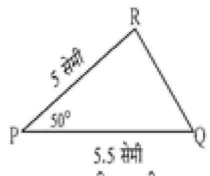
**महत्वाचे मुद्दे :**

### आवश्यक मुलभूत रचना –

### 1) त्रिकोणाच्या बाजू व कोन यापैकी पुरेसे घटक दिले असता त्रिकोण काढणे.

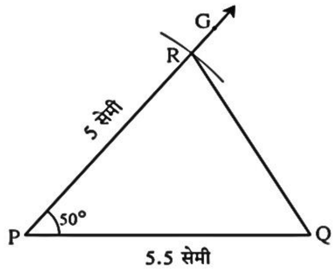
**उदा. :** ΔPQR मध्ये $l$(PQ)=5.5cm, m∠P=50°, $l$(PR)=5cm तर ΔPQR काढा.

**रचनेच्या पायऱ्या -** त्रिकोण काढताना प्रथम कच्ची आकृती काढा. त्यामध्ये दिलेली माहिती दर्शवा व त्यानंतर पुढीलप्रमाणे कृती करा.



कच्ची आकृती

1) पाया PQ हा 5.5cm लांबीचा काढा.
2) बिंदू P वर 50° चा कोन करणारा किरण काढा.
3) कंपासचे लोखंडी टोक बिंदू P वर ठेवा. कंपासच्या दोन्ही टोकांमध्ये 5cm अंतर घेवुन त्या किरणास छेदणारा कंस काढा. छेदनबिंदूला R असे नाव द्या.
4) बिंदू Q व R जोडा.



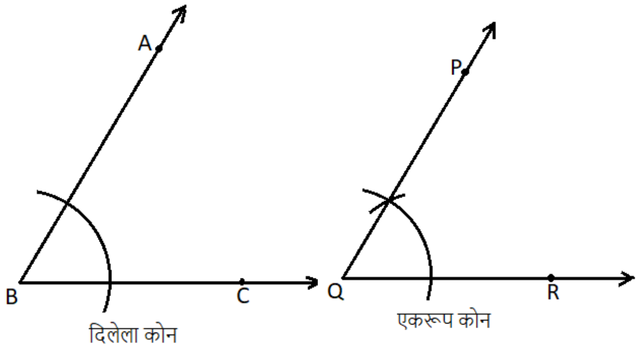

SCERT PUNE

### 2) दिलेल्या कोनाशी एकरुप असलेला कोन काढणे.

**उदा.:** सोबतच्या ∠ABC शी एकरुप असणारा ∠PQR हा कोनमापकाचा वापर न करता काढा.

**रचनेच्या पायऱ्या -**

1) किरण QR काढा.
2) कंपासमध्ये सोईस्कर अंतर घ्या, कंपासचे लोखंडी टोक दिलेल्या कोनाच्या B या शिरोबिंदूवर ठेवा व दिलेल्या कोनाच्या दोन्ही बाजूंना छेदणारा कंस काढा.

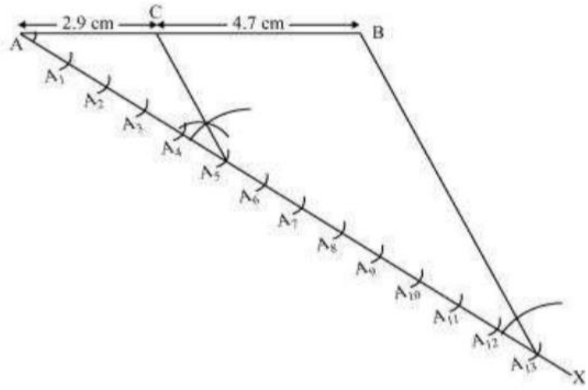



3) कंपासमध्ये घेतलेले अंतर कायम ठेवा. आता कंपासचे लोखंडी टोक किरण QR च्या Q या शिरोबिंदूवर ठेवा व वरीलप्रमाणे कंस काढा.
4) आता दिलेल्या ∠ABC वर काढलेल्या कंसांच्या छेदनबिंदूइतके अंतर कंपासमध्ये घ्या. त्यानंतर कंपासचे लोखंडी टोक किरण QR वर काढलेल्या कंसाच्या छेदनबिंदूवर ठेवा व पूर्वी काढलेल्या कंसाला छेदणारा कंस काढा.
5) आता बिंदू Q व दोन्ही कंसांच्या छेदनबिंदूतुन जाणारा किरण QP काढा.

### 2) दिलेल्या रेषाखंडाचे दिलेल्या गुणोत्तरात विभाजन करणे.

उदा : 7.6 सेमी लांबीचा रेख AB काढा. त्याचे 5:8 गुणोत्तरात विभाजन करा.

**रचनेच्या पायऱ्या -**




1) 7.6 सेमी लांबीचा रेख AB काढा.
2) बिंदु A पासुन AX हा कोणताही एक किरण काढा.
3) त्या किरणावर कंपासचा वापर करुन 5+8=13 समान भाग करणारे बिंदू शोधा. त्यांना अनुक्रमे A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13 अशी नावे द्या.
4) आता बिंदु B हा A13 ला जोडा.
5) आता मिळालेल्या रेषाखंडाला समांतर रेषा A5 पाशी काढा. त्यासाठी A13 पाशी तयार होणाऱ्या कोनाशी एकरुप कोन A5 पाशी काढा.
6) काढलेल्या एकरुप कोनाची बाजू रेख AB ला जेथे छेदते, त्या बिंदुला C असे नाव द्या. आता बिंदु C हा रेख AB ला 5:8 गुणोत्तरात विभाजन करतो.

## स्वाध्याय

1) $\triangle$STU मध्ये $l$(ST) = 6cm, $l$(TU) = 4.5cm आणि $l$(SU) = 5cm तर $\triangle$STU काढा.
2) $\triangle$DEF मध्ये $l$(DE) = 5.5cm, $m\angle E = 70^\circ$ आणि $l$(EF) = 6.3cm तर $\triangle$DEF काढा.
3) $\triangle$PQR मध्ये $l$(PR) = 7cm, $m\angle P = 40^\circ$ आणि $m\angle R = 75^\circ$ तर $\triangle$PQR काढा.
4) कोणताही एक कोन काढा. त्यास $\angle$ABC असे नाव द्या. आता कोनमापकाचा वापर न करता $\angle$ABC शी एकरुप असणारा $\angle$PQR काढा.
5) 6.5 सेमी लांबीचा रेख MN काढा. त्याचे 3:2 गुणोत्तरात विभाजन करा.

.

**लिंक्स -**

1) त्रिकोण काढणे -
https://diksha.gov.in/play/content/do_3130140116323205121211
2) दिलेल्या रेषाखंडाचे दिलेल्या गुणोत्तरात विभाजन करणे.
https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528209258020864153216?contentId=do_3130007769159270401210

SCERT PUNE

**दिवस : 24 वा**

**घटक :** दोन चलातील रेषीय समीकरणे

**उपघटक :** दोन चलातील रेषीय समीकरणे - संकल्पना

**क्षमता विधाने :** 1) दोन चलातील रेषीय समीकरणे ही संकल्पना स्पष्ट करता येणे.

2) दिलेल्या दोन चलातील रेषीय समीकरणांच्या उकली काढता येणे.

**जरा आठवूया :**

प्र.1: खालील तक्त्यातील समीकरणांचे निरीक्षण करा व त्यातील चल आणि चलाचा घातांक ओळखा.

| समीकरण | चल | चलाचा घातांक |
|---|---|---|
| x + 2 = 5 | | |
| m – 3 = 7 | | |
| y + 5 = 10 | | |

प्र.2: खालील समीकरणे सोडवा.

1) m + 7 = 3    2) 2x + 5 = 13    3) y + 3 = 2

वरील प्रत्येक समीकरणात एकच चल असून त्या चलाचा घातांक हा 1 आहे. या समीकरणांना **एका चलातील रेषीय समीकरणे** म्हणतात.

SCERT PUNE

**महत्वाचे मुद्दे :**

**I) दोन चलातील रेषीय समीकरणे :**

**उदा. : 1)** ज्या दोन संख्यांची बेरीज 12 आहे अशा संख्या शोधा.

समीकरण रुपात : $x + y = 12$

वरील समीकरण हे दोन चलातील रेषीय समीकरण आहे. यामध्ये दोन भिन्न चलांचा वापर केलेला असून त्या दोन्ही चलांचा घातांक 1 हाच आहे. येथे $x$ आणि y या दोन्ही चलांच्या अनेक किंमती शोधता येतील.

जसे - 9+3 =12, 7+5 =12, 8+4 =12, 6+6 =12, (-1)+13 =12, 10+2=12, ...

म्हणजेच वरील समीकरणाच्या (9, 3), (7, 5), (8, 4), (6, 6), (-1,13), (10,2 ), ... अशा अनेक उकली आहेत.

**उदा.: 2)** ज्या दोन संख्यांची वजाबाकी 8 आहे अशा संख्या शोधा.

समीकरण रुपात : x - y = 8

वरील समीकरण हे दोन चलातील रेषीय समीकरण आहे.

येथे x आणि y या दोन्ही चलांच्या अनेक किंमती शोधता येतील.

जसे - 9 -1 = 8, 10 - 2 = 8, 11 - 3 = 8, 12 - 4 = 8, 13 - 5 = 8, 15 - 7 = 8,...

म्हणजेच वरील समीकरणाच्या (9,1), (10, 2), (11, 3), (12, 4), (13, 5), (15, 7), ....अशा अनेक उकली आहेत.

**II) दोन चलातील रेषीय समीकरणाचे सामान्यरूप :**

$ax + by + c = 0$ या समीकरणात a, b, c, या वास्तव संख्या असतील आणि a व b एकाच वेळी 0 नसतील तर हे समीकरण दोन चलांतील रेषीय समीकरणाचे सामान्य रूप असते.

उदा.: i) $3x + 2y + 2 = 0$ ii) $3x + 5y - 4 = 0$

iii) $5x + y + 7 = 0$ iv) $x + 3y - 6 = 0$

ही दोन चलांतील रेषीय समीकरणे आहेत.

## स्वाध्याय

प्र.1 : खालील उदाहरणे समीकरण रुपात लिहून प्रत्येकी पाच उकली काढा.

1) ज्या दोन संख्यांची बेरीज 21 आहे अशा संख्या शोधा.

2)ज्या दोन संख्यांची बेरीज 16 आहे अशा संख्या शोधा.

3)ज्या दोन संख्यांची वजाबाकी 25 आहे अशा संख्या शोधा.

4)ज्या दोन संख्यांची वजाबाकी 14 आहे अशा संख्या शोधा.

प्र.2 : अशा दोन संख्या शोधा की ज्यांची वजाबाकी 2 आहे.(दिलेल्या कृती पूर्ण करा.)

कृती : मोठी संख्या $x$ व लहान संख्या y मानल्यास,

$\square - \square = 2$ हे समीकरण मिळेल. या समीकरणाच्या अनंत उकली मिळतील.

$10 - 8 = 2$, $9 - 7 = 2$

$\square - \square = 2$, $\square - \square = 2$

वरील समीकरणाच्या उकली अशा प्रकारे लिहू.

(10 , 8) (9 , 7) ($\square$ , $\square$) ($\square$ , $\square$) ...

प्र.3 : दिलेल्या समीकरणांच्या किमान 5 उकली काढा.

i) $m + n = 12$

ii) $m - n = 4$

प्र.4 : x आणि y चलाचा उपयोग करून दोन चलातील 5 रेषीय समीकरणे लिहा.

SCERT PUNE

**दिवस :** 25 वा

**उपघटक :** एकसामायिक समीकरणांची- संकल्पना आणि समीकरणाची उकल काढणे.

**क्षमता विधाने :** 1) एकसामायिक समीकरणांची संकल्पना स्पष्ट करता येणे.
2) एकसामायिक समीकरणांची विविध उदाहरणे सांगता येणे.
3) चलाचा लोप करून समीकरणाची उकल काढता येणे.

**जरा आठवूया :**

दोन चलातील रेषीय समीकरणांच्या उकली काढूया.

i) $x + y = 14$

वरील समीकरणाच्या (9,5) (7,7) (8,6) (4,10) (-1,15)....अशा अनेक उकली आहेत.

ii) $x - y = 2$

वरील समीकरणाच्या (7,5) (0,-2) (8,6) (-2,-4) (5.2 , 3.2)....अशा अनेक उकली आहेत.

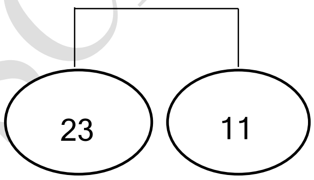
वरील दोन्ही समूहांचा विचार केल्यास (8,6) ही जोडी दोन्ही समूहात सामाईक आहे. ही जोडी दोन्ही समीकरणांचे समाधान करते म्हणून ती दोन्ही समीकरणांची सामाईक उकल आहे. आता आपण यावरच आधारलेला नवीन संबोध शिकू या.

**महत्वाचे मुद्दे :**

**I) एकसामायिक समीकरणे:** जेव्हा दोन चलातील दोन रेषीय समीकरणांचा एकाच वेळी विचार करतो तेव्हा त्या समीकरणांना एकसामायिक समीकरणे म्हणतात.

आता आपण या संकल्पनेवर आधारलेली थोडी मजेदार कृती करू या.

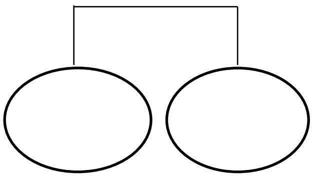
कृती1) आपल्याला अशा दोन संख्या शोधायच्या आहेत की ज्यांची बेरीज 34 आणि वजाबाकी 12 आहे.




i) $x + y = 34$

ii) $x - y = 12$

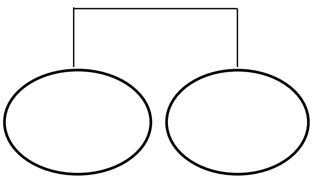
कृती 2) अशा दोन संख्या शोधा की ज्यांची बेरीज 45 आणि वजाबाकी 17 आहे.



i) $x + y = 45$

ii) $x - y = 17$

कृती 3) अशा दोन संख्या शोधा की ज्यांची बेरीज 60 आणि वजाबाकी 22 आहे.



i) $x + y = 60$

ii) $x - y = 22$

SCERT PUNE

### II) एकसामायिक समीकरणांची काही उदाहरणे :

i) $x + 2y = 5$ ; $3x + 2y = 7$  ii) $2x + y = 8$ ; $5x + 2y = 12$

iii) $3x + y = 5$ ; $2x + 3y = 1$  iv) $3x - 4y = 15$ ; $x + y = 2$

### III) चलाचा लोप करून एकसामायिक समीकरणाची उकल काढणे:

आपण एकसामायिक समीकरणे कशाला म्हणतात हे शिकलो आहोत. चलाचा लोप करून एकसामायिक समीकरण सोडवताना, दोन पैकी एका चलाचा लोप करून एका चलातील रेषीय समीकरण मिळविणे व त्यावरून मिळणारी एका चलाची किंमत ही दिलेल्या कोणत्याही एका समीकरणात मांडली की दुसऱ्या चलाची किंमत मिळते.

**उदा.1**) सोडव. $2x + y = 5$ ; $3x - y = 5$

उकल : $2x + y = 5$ ............. (I)

$3x - y = 5$ ............. (II)

समी. (I) व (II) ची बेरीज करून

$$\begin{array}{rl} & 2x + y = 5 \\ + & 3x - y = 5 \\ \hline & 5x + 0 = 10 \end{array}$$

$$x = \frac{10}{5}$$

$$\boxed{x = 2}$$

$x = 2$ ही किंमत समी.(I) मध्ये ठेवू.

$$2x + y = 5$$
$$4 + y = 5$$
$$y = 5 - 4$$
$$\boxed{y = 1}$$

येथे (2,1) ही दिलेल्या दोन्ही समीकरणांची उकल आहे.

म्हणजेच $2x + y = 5$ आणि $3x - y = 5$ या एकसामायिक समीकरणांची (2,1) ही उकल आहे.

**उदा.2)** सोडव. $3x + y - 5 = 0$ ; $3y + 2x = 1$

उकल : $3x + y - 5 = 0$

या समीकरणातील स्थिरांक उजवीकडे घेऊ.

$3x + y = 5$ ............... (I)

दुसरे समीकरण $3y + 2x = 1$

या समीकरणाला चलाच्या योग्य क्रमाने लिहू.

$2x + 3y = 1$............. (II)

येथे एका चलाचा लोप करण्यासाठी दोन्ही समीकरणातील एकाही चलाचा सहगुणक समान किंवा विरुद्ध संख्या नाही. तो समान करून घेऊ.

SCERT PUNE

समी. (I) च्या दोन्ही बाजूंना 3 ने गुणू.

$3x \times 3 + 3 \times y = 5 \times 3$

$9x + 3y = 15$ ... ..........(III)

आता समी.(III) मधून समी.(II) वजा करू.

$$\begin{array}{r} 9x + 3y = 15 \\ \underset{-}{-}\,2x \underset{-}{+} 3y \underset{-}{=} 1 \\ \hline 7x + 0 = 14 \end{array}$$

$$x = \frac{14}{7}$$

$$\boxed{x = 2}$$

$x = 2$ ही किंमत समी.(I) मध्ये ठेवू.

$3x + y = 5$

$6 + y = 5$

$y = 5 - 6$

$$\boxed{y = -1}$$

येथे (2, -1) ही दिलेल्या दोन्ही समीकरणांची उकल आहे.

म्हणजेच $3x + y = 5$ आणि $2x + 3y = 1$ या एकसामायिक समीकरणांची (2, -1) ही उकल आहे.

SCERT PUNE

**स्वाध्याय**

प्र.1 : समीकरण रुपात मांडा. ( x व y या चलांचा वापर करा. )

1) दोन संख्याची बेरीज 58 आहे व त्याच दोन संख्यांची वजाबाकी 4 आहे.

2) दोन संख्याची बेरीज 74 आहे व त्याच दोन संख्यांची वजाबाकी 10 आहे.

3) दोन संख्याची बेरीज 56 आहे व त्याच दोन संख्यांची वजाबाकी 18 आहे.

प्र.2 : खालील एकसामायिक समीकरणे सोडवा.

i) $x + y = 4$ ; $2x - 5y - 1 = 0$

ii) $4x - 3y - 17 = 0$ ; $5x - y = 13$

iii) $2y - x = 0$ ; $10x + 15y = 105$

**लिंक :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_3125282093007011841533 24?contentId=do_3130185661956833281629

**दिवस :** 26 वा

**उपघटक :** एका चलाची किंमत दुसऱ्या चलाच्या रुपात ठेवून चलाचा लोप करणे.

**क्षमता विधाने :** 1) एका चलाची किंमत दुसऱ्या चलाच्या रुपात ठेवून चलाचा लोप करण्याच्या पद्धतीने एकसामायिक समीकरणाची उकल काढता येणे.

**महत्वाचे मुद्दे :**

**एका चलाची किंमत दुसऱ्या चलाच्या रुपात ठेवून चलाचा लोप करणे.:**

एका चलाचा लोप करण्याची आणखी एक पद्धत आहे. समीकरणातील एका चलाची किंमत दुसऱ्या चलाच्या रुपात ठेवून पहिल्या चलाचा लोप करता येतो. ही पद्धत पुढील उदाहरणातून समजावून घेऊ.

**नमुना उदाहरणे :**

उदा. (1) सोडवा. $2x + 3y = 11$ ; $2x - y = -1$

उकल : $2x + 3y = 11$ ..................(I)

$2x - y = -1$ ..................(II)

समी.(II) मध्ये y ची किंमत x चलात मांडणे सोपे होईल.

$2x - y = -1$

$y = 2x + 1$ .................. (III)

आता y ची किंमत समी.(I) मध्ये ठेऊ.

$2x + 3y = 11$

$2x + 3(2x + 1) = 11$

$2x + 6x + 3 = 11$

$8x + 3 = 11$

$8x = 11 - 3$

$8x = 8$

$\boxed{x = 1}$

x = 1 ही किंमत समीकरण (III) मध्ये ठेवू

$y = 2 \times 1 + 1$

$y = 2 + 1$

$\boxed{y = 3}$

(1, 3) ही या समीकरणाची उकल आहे.

SCERT PUNE

**उदा. (2)** सोडवा. $5y - 3x = 14$ ; $3y - 2x = 1$

उकल: $5y - 3x = 14$ ............. (I)

$3y - 2x = 1$.............(II)

समीकरण (II) वरून y या चलाची किंमत x च्या रुपात मांडू

$3y = 2x + 1$

$y = \frac{2x+1}{3}$ .............(III)

y ची ही किंमत समीकरण (I) मध्ये ठेऊ

$5\left(\frac{2x+1}{3}\right) - 3x = 14$

$\frac{10x+5}{3} - 3x = 14$

$\frac{10x+5-9x}{3} = 14$

$x + 5 = 42$ ..........(दोन्ही बाजूंना 3 ने गुणून)

$x = 42 - 5$

$x = 37$

आता $x = 37$ ही किंमत समीकरण (III) मध्ये ठेऊन

$y = \frac{2 \times 37 + 1}{3}$

$y = \frac{74 + 1}{3}$

$y = \frac{75}{3}$

$y = 25$

(37, 25) ही या समीकरणाची उकल आहे.

SCERT PUNE

**स्वाध्याय**

प्रश्न : खालील एकसामायिक समीकरणे सोडवा.

1) $3x + 2y = 8$;  $x + 2y = 4$
2) $x + y = 11$;  $2x - 3y = 7$
3) $2y + 5x = 13$;  $x - 2y = 5$
4) $5m + 8n = 9$;  $m + n = 3$

**लिंक :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_31252820930070118415324?contentId=do_313018566225076224180

**दिवस : 27 वा**

**उपघटक :** $ax + by = p$ व $bx + ay = q$ प्रकारच्या एकसामायिक समीकरणाची उकल

**क्षमता विधाने :** 1) एकसामायिक समीकरणाची उकल काढता येणे.

**महत्वाचे मुद्दे :**

**$ax + by = p$ व $bx + ay = q$ प्रकारच्या एकसामायिक समीकरणाची उकल**

याअगोदर आपण एकसामायिक समीकरणाची उकल काढण्याच्या दोन पद्धती पहिल्या. आता $ax + by = p$ व $bx + ay = q$ या प्रकारच्या समीकरणांची उकल काढण्याची पद्धत पाहू. खालील समीकरणांचे निरीक्षण कर.

| | |
|---|---|
| $7x + 13y = 47$ ;<br>$13x + 7y = 53$ | $15x - 14y = 117$;<br>$14x - 15y = 115$ |

पहिल्या समीकरणातील $x$ चा आणि दुसऱ्या समीकरणातील y चा सहगुणक सारखे आहेत. तसेच पहिल्या समीकरणातील $y$ चा सहगुणक दुसऱ्या समीकरणातील $x$ चा सहगुणक हे समान आहेत.

अशी समीकरणे सोडविताना या समीकरणांची एकदा बेरीज व एकदा बजाबाकी करून मिळालेल्या समीकरणांची पुन्हा बेरीज करू.

**उदा.** 1) सोडवा : $7x + 13y = 47$ ; $13x + 7y = 53$

उकल : $7x + 13y = 47$ .....................(I)

$13x + 7y = 53$ .....................(II)

समीकरण (I) व (II) ची बेरीज करून

$$\begin{array}{rl} & 7x + 13y = 47 \\ + & 13x + 7y = 53 \\ \hline & 20x + 20y = 100 \end{array}$$

$\therefore\ x + y = 5$ .... (20 ने भागून)........(III)

समीकरण (I) मधून (II) वजा करून

$$\begin{array}{rl} & 7x + 13y = 47 \\ - & 13x + 7y = 53 \\ \hline & -6x + 6y = -6 \end{array}$$

$\therefore\ x - y = 1$ .... ( – 6 ने भागून )........(IV)

SCERT PUNE

आता समीकरण (III) आणि (IV) ची बेरीज करू

$$\begin{array}{rr} & x + y = 5 \\ + & x - y = 1 \\ \hline & 2x = 6 \end{array}$$

$\therefore x = 3$

x =3 ची किमंत समीकरण (III) मध्ये ठेवू

$3 + y = 5$

$\therefore y = 5 - 3$

$\therefore \; y = 2$

$\therefore$ ( 3, 2 ) ही समीकरणांची उकल आहे.

**स्वाध्याय**

प्रश्न 1) : x व y च्या किमंती न काढता (x + y) आणि (x – y) च्या किमंती काढा.

i) $12x + 13y = 51; \; 13x + 12y = 49$

ii) $5x - 3y = 14; \quad 3x - 5y = 2$

प्रश्न 2) : खालील एकसामायिक समीकरणे सोडवा.

1) $33m + 32n = 34 \; ; \; 32m + 33n = 31$

2) $15x - 17y - 28 = 0; \; 15y - 17x + 36 = 0$

SCERT PUNE

**दिवस :** 28 वा

**उपघटक :** एकसामायिक समीकरणावरील शाब्दिक उदाहरणे भाग-1

**क्षमता विधाने :** 1) दिलेल्या माहितीवरून समीकरण तयार करणे.
2) योग्य पद्धतीचा उपयोग करून एकसामयिक समीकरणे सोडवणे.
3) एकसामायिक समीकरणे सोडवून आलेल्या उकलींचा पडताळा घेणे.

**महत्वाचे मुद्दे :**

**I) एकसामायिक समीकरणावरील शाब्दिक उदाहरणे सोडवण्याच्या पायऱ्या:**

शाब्दिक उदाहरण काळजी पूर्वक वाचून समजून घ्या.
↓
उदाहरणातील माहितीवरून राशिंसाठी चले वापरा.
↓
चले वापरून विधाने गणिती भाषेत लिहा.
↓
योग्य पद्धतीचा उपयोग करून एकसामयिक समीकरणे सोडवा,
↓
उकल मिळवा.
↓
आलेल्या उत्तराचा पडताळा घ्या.
↓
उत्तर लिहा.

SCERT PUNE

वरील पायऱ्या जर आपण समजून घेतल्या तर त्या आधारे आपल्याला दिलेले कोणतेही शाब्दिक उदाहरण अचूकतेने सोडवता येते.

आज आपण विविध प्रकारच्या शाब्दिक उदाहरणांचा विचार करू.

(1) वयांशी निगडित उदाहरणे

(2) संख्यांशी निगडित उदाहरणे

(3) अपूर्णांकांवर आधारित उदाहरणे

**उदा. 1)** एक दोन अंकी संख्या त्या संख्येतील अंकांच्या बेरजेच्या चौपटीपेक्षा 3 ने मोठी आहे जर त्या संख्येमध्ये 18 मिळविले तर येणारी बेरीज ही मूळ संख्येतील अंकांची अदलाबदल करून येणारी संख्या मिळते, तर ती संख्या काढा.

**उकल :** मूळच्या संख्येतील एकक स्थानचा अंक x आणि दशक स्थानचा अंक y मानू.

| | दशक स्थानचा अंक | एकक स्थानचा अंक | संख्या | अंकांची बेरीज |
|---|---|---|---|---|
| मूळच्या संख्येसाठी | y | x | 10y + x | y + x |
| अंकांची अदलाबदल केल्यावर मिळणाऱ्या संख्येसाठी | x | y | 10x + y | x + y |

पहिल्या अटीनुसार, $10y + x = 4(y + x) + 3$

$$10y + x = 4y + 4x + 3$$

$$x - 4x + 10y - 4y = 3$$

$$-3x + 6y = 3$$

$-x + 2y = 1$ (दोन्ही बाजूंना 3 ने भागून) ......(I)

दुसऱ्या अटीनुसार, $10x + y = 10y + x + 18$

$$10x - x + y - 10y = 18$$

$$9x - 9y = 18$$

$x - y = 2$ (दोन्ही बाजूंना 9 ने भागून)

$x = y + 2$ ..........(II)

$x = y + 2$ ही किमंत समीकरण (I) मध्ये ठेवून,

$$-x + 2y = 1$$

$$-(y + 2) + 2y = 1$$

$$-y - 2 + 2y = 1$$

$$y = 2 + 1$$

$$y = 3$$

$y = 3$ ही किमंत समीकरण (II) मध्ये ठेवू

$$x = 3 + 2$$

$$x = 5$$

मुळची दोन अंकी संख्या : $10y + x = 10(3) + 5$

$= 35$

**स्वाध्याय**

**प्रश्न 1 : खालीलपैकी योग्य पर्याय निवडा.**

i) सीमा ही रीनापेक्षा 5 वर्षांनी लहान आहे. त्या दोघींच्या वयाची बेरीज 25 आहे, तर सीमाचे वय किती?

A) 20 B) 15 C) 10 D) 5

ii) दोन संख्यांची बेरीज 125 आहे व त्यांच्यातील फरक 25 आहे तर त्या संख्या कोणत्या?

A) 75 व 50 B) 73 व 52 C) 72 व 47 D) 65 व 60

SCERT PUNE

**प्रश्न 2 : खालील उपप्रश्न सोडवा.**

1) युसुफचे वय अजयच्या वयाच्या निम्म्या पेक्षा 24 वर्षांनी जास्त आहे.पाच वर्षांपूर्वी त्यांच्या वयाची बेरीज 41 वर्षे होती, तर त्यांची आजची वये काढा.
2) एका अपूर्णांकाच्या अंश आणि छेद यांची बेरीज 15 आहे. छेद अंशाच्या दुपटीपेक्षा 3 ने मोठा आहे. तर तो अपूर्णांक शोधा.
3) एक दोन अंकी संख्या तिच्या अंकांच्या बेरजेच्या सहा पटीपेक्षा 3 ने मोठी आहे. अंकांची अदलाबदल करून येणाऱ्या संख्येत 18 मिळविल्यास मूळची संख्या मिळते.तर ती संख्या काढा.

SCERT PUNE

**दिवस : 29 वा**

**उपघटक :** एकसामायिक समीकरणावरील शाब्दिक उदाहरणे भाग 2

**महत्वाचे मुद्दे :**

आज आपण उरलेल्या प्रकारच्या शाब्दिक उदाहरणांचा विचार करू.

(1) आर्थिक व्यवहारांवर आधारित उदाहरणे

(2) भौमितिक आकृत्यांच्या गुणधर्मांवर आधारित उदाहरणे

(3) वेग,अंतर व वेळ यावर आधारित उदाहरणे

**उदाहरणे :**

1) एका आयताकृती मोबाईल संचाची लांबी ही त्याच्या रुंदीपेक्षा 3 सेमी ने जास्त आहे. जर परिमिती 34 सेमी असेल तर त्या मोबाईल संचाची लांबी व रुंदी काढा.

उकल : पायरी 1 : शाब्दिक उदाहरण समजावून घेणे.

पायरी 2 : मोबाईल संचाचा आकार आयताकृती असल्याने त्याची रुंदी x सेमी व रुंदी y सेमी मानू

पायरी 3 : दिलेली माहिती मोबाईल संचाची लांबी ही त्याच्या रुंदीपेक्षा 3 सेमी ने जास्त आहे म्हणून $x = y + 3$ हे समीकरण मिळते आणि परिमिती 34 सेमी आहे आयताची परिमिती = 2(लांबी + रुंदी) म्हणून $34 = 2(x + y)$ हे दुसरे समीकरण मिळते.

पायरी 4 : आता तयार समीकरणांची उकल काढू.

$x = y + 3$ ................ (I)

$34 = 2(x + y)$

$x + y = 17$ ..........(2 ने भागून) .......... (II)

$x + y = 17$ या समीकरणात x ची किंमत ठेवू.

$y + 3 + y = 17$

$2y + 3 = 17$

$2y = 14$

$y = 7$

पायरी 5 : समीकरण (I) मध्ये $y = 7$ ची किमंत ठेवू

$x = y + 3$

$x = 7 + 3$

$x = 10$

पायरी 6 : त्या मोबाईल संचाची लांबी 10 सेमी आणि 7 सेमी आहे.

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1 : खालीलपैकी योग्य पर्याय निवडा.**

i) आयताच्या लांबीतून व रुंदीतून 5 वजा केले तर त्याची परिमिती 26 येते.या माहितीचे गणित भाषेतील रुपांतर खालीलपैकी कोणते?

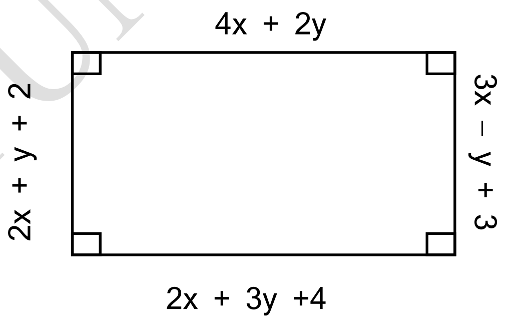
A) $x - y = 8$ B) $x + y = 8$ C) $x + y = 23$ D) $2x + y = 21$

**प्रश्न 2 : खालील उपप्रश्न सोडवा.**

1) 5 पुस्तके व 7 पेन यांची एकत्रित किंमत 79 रुपये आहे. 7 पुस्तके व 5 पेन यांची एकत्रित किंमत 77 रुपये आहे. रुपये आहे, तर 2 पुस्तके व3 पेन यांची एकूण किंमत काढा.

2) एका चक्रीय चौकोनाच्या संमुख कोनाच्या मापांमधील फरक 12 आहे. तर त्या कोनांची मापे काय आहेत.

3) आकृतीत एका आयताच्या बाजूंची मापे दिली आहेत. त्यावरून त्या आयताची लांबी व रुंदी काढा.




**लिंक :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528209300701184153324?contentId=do_3130185662390272001668

SCERT PUNE

## चाचणी - 2

दिवस : 30 वा

इयत्ता : 10 वी | विषय : गणित

वेळ : 1 तास | गुण : 15

**Q.1. खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.** **[4 गुण]**

i) ज्या दोन संख्यांची बेरीज 17 येईल अशा संख्या लिहा.

(A) (-18,-1) (B) (18,1) (C) (18,-1) (D) (-18,1)

ii) $x + y - 12 = 0$ या समीकरणाची उकल..........आहे.

(A) (10,2) (B) (-10,2) (C) (-14,2) (D) (-10,-2)

iii) काटकोन त्रिकोणात कर्णाची लांबी 15 सेमी असेल तर त्यावर काढलेल्या मध्यगेची लांबी .......सेमी असेल.

(A) 7.5 (B) 30 (C) 15 (D) 10

iv) $\Delta ABC$ मध्ये $\angle A = 40^0$, $\angle B = 70^0$ तर $\angle C$ = ......... असेल.

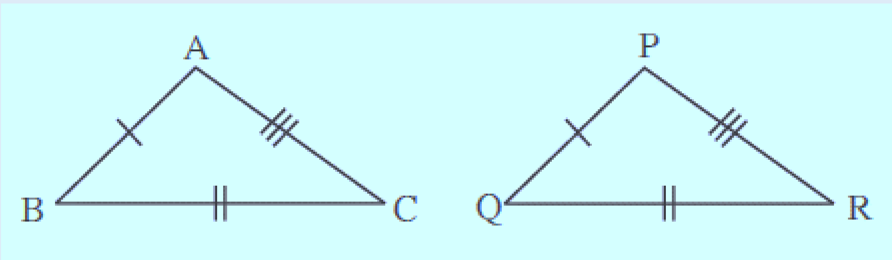
(A) $110^0$ (B)$70^0$ (C) $60^0$ (D)$90^0$

**Q.2. खालील उपप्रश्न सोडवा** **[3 गुण]**

**i)** $x + y = 65$ व $x - y = 35$ तर x व y ची किंमत काढा.

**ii)** खालील विधान x व y या चलांचा उपयोग करून समीकरण रुपात मांडा.
'दोन संख्यांची बेरीज 15 असून त्यांच्यातील फरक 11 आहे'.

**iii)** दिलेल्या आकृतीतील त्रिकोण कोणत्या कसोटीनुसार एकरूप आहेत ते लिहा.



**Q.3. खालील उपप्रश्न सोडवा** **[8 गुण]**

**i)** 7 सेमी लांबीचा रेख AB काढा व त्याचे 3:2 गुणोत्तरात विभाजन करा.

**ii)** जर $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ असेल तर

a) $\angle A \cong \angle P$, $\angle B \cong \angle ......$, $\angle C \cong \angle ......$,

b) $\frac{AB}{PQ} = \frac{......}{......} = \frac{......}{......}$

**iii)** $3x - 2y = 20$ ; $x + 3y = 14$ या समीकरणाच्या उकली काढा.

**iv)** 6 पेन व 4 पेन्सिल यांची एकूण किंमत 60 रु.आहे. 4 पेन व 6 पेन्सिल यांची एकूण किंमत 40 रु. आहे तर एक पेन व एक पेन्सिल यांची किंमत काढा.

SCERT PUNE

**दिवस : 31 वा**

**घटक** - चौकोन **उपघटक** - चौकोन व चौकोनाचे प्रकार

**क्षमता विधान** - चौकोनाचे विविध प्रकार व त्यांचे गुणधर्म समजणे व त्यांचा वापर करता येणे.

**जरा आठवूया :**

1) □ABCD ची आकृती काढा. त्यावरून लगतच्या बाजूंच्या जोड्या, संमुख बाजूंच्या जोड्या, लगतच्या कोनांच्या जोड्या, संमुख कोनांच्या जोड्या तसेच कर्णांची नावे लिहा.

2) चौकोनाचे प्रकार किती व कोणते आहेत?

**महत्वाचे मुद्दे :**

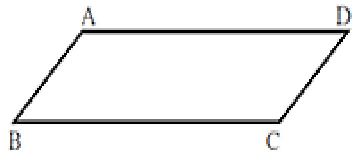
**चौकोन :**

चार रेषाखंडांनी बंदिस्त असणाऱ्या आकृतीला चौकोन असे म्हणतात.

कोणत्याही चौकोनाला चार शिरोबिंदू, चार बाजू, चार कोन आणि दोन कर्ण असतात.

**चौकोनाचे प्रकार -**

**1) समांतरभुज चौकोन** - ज्या चौकोनाच्या संमुख भुजा परस्परांना समांतर असतात, त्या चौकोनाला समांतरभुज चौकोन म्हणतात.



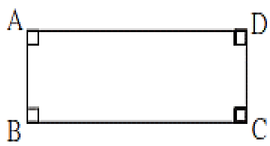

□ABCD हा समांतरभुज चौकोन आहे.

∴ बाजू AB || बाजू DC, बाजू AD || बाजू BC

समांतरभुज चौकोनाचे गुणधर्म - i) संमुख भुजा एकरूप असतात.

ii) संमुख कोन एकरूप असतात. iii) कर्ण परस्परांना दुभागतात.

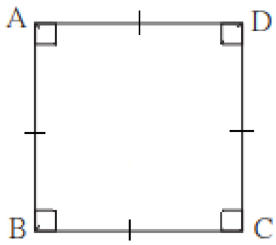
**2) आयत किंवा काटकोन चौकोन** - ज्या चौकोनाचे चारही कोन काटकोन असतात त्या चौकोनाला काटकोन चौकोन किंवा आयत म्हणतात. □ABCD हा आयत आहे.




∴ $m\angle A = m\angle B = m\angle C = m\angle D = 90°$

आयताचे गुणधर्म - 1) संमुख भुजा एकरूप असतात. 2) सर्व कोन एकरूप असतात. 3) कर्ण एकरूप असून परस्परांना दुभागतात.

**3) चौरस** - ज्या चौकोनाच्या सर्व बाजू एकरूप असतात आणि सर्व कोन काटकोन असतात, त्या चौकोनाला चौरस म्हणतात.




□ABCD हा चौरस आहे.

∴ बाजू AB = बाजू BC = बाजू CD = बाजू AD

तसेच $m\angle A = m\angle B = m\angle C = m\angle D = 90°$

चौरसाचे गुणधर्म - 1) सर्व भुजा एकरूप असतात. 2) सर्व कोन एकरूप असतात.

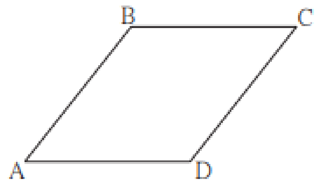
3) कर्ण एकरूप असून परस्परांचे लंबदुभाजक असतात.

SCERT PUNE

**4) समभुज चौकोन -** ज्या चौकोनाच्या सर्व बाजू एकरूप असतात, त्या चौकोनाला समभुज चौकोन म्हणतात.

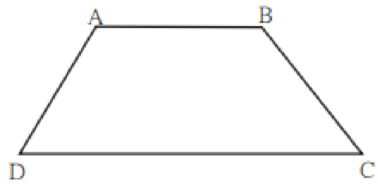
□ABCD हा समभुज चौकोन आहे.

∴ बाजू AB = बाजू BC = बाजू CD = बाजू AD




समभुज चौकोनाचे गुणधर्म - 1) सर्व भुजा एकरूप असतात. 2) संमुख कोन एकरूप असतात. 3) कर्ण परस्परांचे लंबदुभाजक असतात.

**5) समलंब चौकोन -** ज्या चौकोनाच्या संमुख बाजूंची एकच जोडी समांतर असते, त्या चौकोनाला समलंब चौकोन म्हणतात. □ABCD हा समलंब चौकोन असून बाजू AB || बाजू CD आहे.




## स्वाध्याय

SCERT PUNE

प्रश्न 1) खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.

i) ज्या चौकोनाच्या संमुख बाजूची एकच जोडी समांतर असते त्या चौकोनाला......... असे म्हणतात.

(A) समांतरभुज चौकोन (B) आयत (C) समभुज चौकोन (D) समलंब चौकोन

ii) .......... या चौकोनाचे कर्ण एकरूप असून परस्परांना काटकोनात दुभागतात.

(A) आयत (B) समभुज चौकोन (C) चौरस (D समांतरभुज चौकोन

प्रश्न 2) ओळखा.

1) माझे सर्व कोन काटकोन आहेत, मी कोण?

2) माझ्या सर्व बाजू समान लांबीच्या आहेत, मी कोण?

3) माझे सर्व कोन समान, सर्व बाजू समान आहेत, मी कोण?

4) माझे कर्ण एकरूप आहेत परंतु ते काटकोनात छेदत नाहीत, मी कोण?

प्रश्न 3) □PQRS हा समांतरभुज चौकोन आहे तर खालील चौकटी पुर्ण करा.

(a) बाजू PQ II बाजू $\boxed{\phantom{XX}}$

(b) बाजू QR ≅ बाजू $\boxed{\phantom{XX}}$

(c) $\angle P \cong \angle$ $\boxed{\phantom{XX}}$

(d) $\angle P + \angle S =$ $\boxed{\phantom{XX}}$

प्रश्न 4) 6 सेमी रूंदी असणाऱ्या आयताचा कर्ण 10 सेमी आहे तर त्या आयताची लांबी व परिमिती काढा.

**लिंक :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_31259888027666841621857?contentId=do_3130140195279667201261

https://diksha.gov.in/play/collection/do_31259888027666841621857?contentId=do_3130140200823357441242

**दिवस : 32 वा**

**घटक :** चौकोन **उपघटक :** चौकोनाचे व त्रिकोणाचे काही गुणधर्म

**क्षमता विधान -** चौकोन व त्रिकोणांशी सबंधित काही गुणधर्म समजणे व त्यांचा वापर करता येणे.

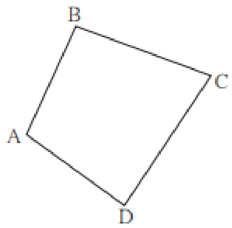
**जरा आठवुया -**

1) तुम्हाला सोयीस्कर वाटेल अशा एका चौकोनाची आकृती काढा. त्याच्या प्रत्येक कोनाचे माप मोजा व सर्व कोनांच्या मापाची बेरीज करा.

2) कोणत्याही एका त्रिकोणाची आकृती काढा. त्यामध्ये तिन्ही बाजूंचे मध्यबिंदू दाखवा.

**महत्वाचे मुद्दे :**

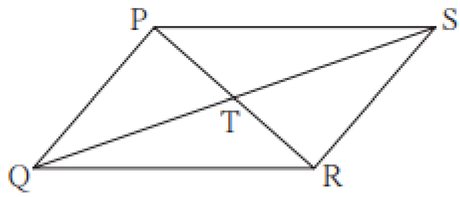
**चौकोनाच्या कोनांच्या बेरजेचे प्रमेय -**




चौकोनाच्या चारही कोनांच्या मापांची बेरीज 360° असते.

∴ □ABCD मध्ये $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360°$

**समांतरभुज चौकोनाच्या कसोट्या -**




2) चौकोनाच्या संमुख बाजूंच्या जोड्या एकरूप असतील तर तो चौकोन समांतरभुज असतो.

□PQRS मध्ये बाजू PS ≅ बाजू QR आणि

बाजू PQ ≅ बाजू SR असेल तर □PQRS हा समांतरभुज असतो.

3) चौकोनाच्या संमुख कोनांच्या जोड्या एकरूप असतील तर तो समांतरभुज चौकोन असतो.

□PQRS मध्ये ∠PQR ≅ ∠PSR आणि ∠QPS ≅ ∠QRS असेल तर □PQRS हा समांतरभुज असतो.

4) चौकोनाचे कर्ण परस्परांना दुभागत असतील तर तो चौकोन समांतरभुज असतो.

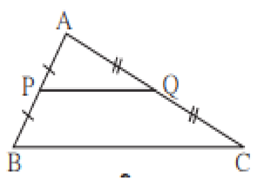
□PQRS मध्ये रेख PT ≅ रेख TR आणि रेख QT ≅ रेख TS असेल तर □PQRS हा समांतरभुज असतो.

5) चौकोनाच्या संमुख बाजूंची एक जोडी एकरूप आणि समांतर असेल तर तो चौकोन समांतरभुज असतो.

□PQRS मध्ये रेख PS ≅ रेख QR आणि रेख PS || रेख QR असेल तर □PQRS हा समांतरभुज असतो.

**त्रिकोणाच्या दोन बाजूंच्या मध्यबिंदूंचे प्रमेय -**

त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन बाजूंचे मध्यबिंदू जोडणारा रेषाखंड तिसऱ्या बाजूला समांतर असतो व त्या बाजूच्या निम्म्या लांबीचा असतो.




△ ABC मध्ये बिंदू P व बिंदू Q हे अनुक्रमे बाजू AB व बाजू AC चे मध्यबिंदू आहेत.

∴ रेख PQ || रेख BC आणि $PQ = \frac{1}{2} BC$

SCERT PUNE

**त्रिकोणाच्या दोन बाजूंच्या मध्यबिंदूच्या प्रमेयाचा व्यत्यास -**

त्रिकोणाच्या एका बाजूच्या मध्यबिंदूतून जाणारी व दुसऱ्या बाजूला समांतर असणारी रेषा तिसऱ्या बाजूला दुभागते.

∴ $\triangle$ ABC मध्ये बिंदू P हा रेख AB चा मध्यबिंदू असून रेख PQ || बाजू BC असेल

तर AQ = QC असते.

## स्वाध्याय

प्रश्न 1) खालील बहुपर्यायी प्रश्नाच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.

i) आयताच्या लगतच्या बाजू एकरूप असतील तर तो चौकोन ........... असतो.

(A) समलंब चौकोन (B) चौरस (C) समभुज चौकोन (D) समांतरभुज चौकोन

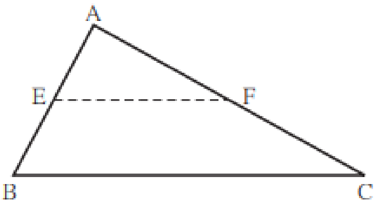
प्रश्न 2) खालील विधाने सत्य की असत्य हे सकारण लिहा.

i) प्रत्येक समांतरभुज चौकोन समभुज चौकोन असतो.

ii) प्रत्येक समभुज चौकोन हा आयत असतो.

iii) प्रत्येक आयत हा समांतरभुज चौकोन असतो.

iv) प्रत्येक चौरस हा आयत असतो.




प्रश्न 3) $\triangle$ ABC च्या बाजू AB व AC चे अनुक्रमे बिंदू E व F हे मध्यबिंदू आहेत. जर EF = 5.6 तर BC काढण्यासाठी पुढील कृती पुर्ण करा.

कृती : $\triangle$ ABC मध्ये बिंदू E व बिंदू F हे अनुक्रमे बाजू AB व बाजू AC चे मध्यबिंदू आहेत.

$\therefore EF = \frac{1}{2} \times BC$ ........... $\boxed{\phantom{xxxxxxxx}}$

$\therefore \boxed{\phantom{xx}} = \frac{1}{2} \times BC$

$\therefore BC = \boxed{\phantom{xx}} \times 2 = \boxed{\phantom{xx}}$

प्रश्न 4) एका चौकोनाच्या तीन कोनांची मापे अनुक्रमे 65°, 95° आणि 40° आहेत. तर चौथ्या कोनाचे माप शोधा.

प्रश्न 5) एका आयताची रुंदी ही लांबीपेक्षा 4 सेमीने कमी आहे. जर त्या आयताची परिमिती 32 सेमी असेल तर त्या आयताची लांबी व रुंदी काढा.

**लिंक्स -**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?contentId=do_313018563013640192177

SCERT PUNE

**दिवस : 33 वा**

**घटक :** वर्तुळ

**उपघटक :** वर्तुळाचे विविध घटक

**क्षमता विधान :** वर्तुळाचे विविध घटक समजुन घेणे.

**जरा आठवुया :**

1) कंपासच्या साहाय्याने एक वर्तुळ काढा. काढलेल्या वर्तुळाची त्रिज्या मोजा.

**महत्वाचे मुद्दे :**

**वर्तुळ व वर्तुळातील विविध घटक :**

**वर्तुळ -** एकाच प्रतलातील एका स्थिर बिंदूपासून समान अंतरावर असणाऱ्या सर्व बिंदूंचा संच म्हणजे वर्तुळ होय.

**वर्तुळकेंद्र -** वर्तुळावरील सर्व बिंदू वर्तुळाच्या प्रतलातील ज्या स्थिर बिंदूपासून समदूर असतात, त्या स्थिर बिंदूला वर्तुळकेंद्र किंवा वर्तुळाचा केंद्रबिंदू म्हणतात.

**त्रिज्या (r) -** वर्तुळाचा केंद्रबिंदू आणि वर्तुळावरील कोणताही बिंदू यांमधील अंतराला वर्तुळाची त्रिज्या म्हणतात. तसेच वर्तुळकेंद्र आणि वर्तुळावरील कोणताही बिंदू यांना जोडणाऱ्या रेषाखंडालाही वर्तुळाची त्रिज्या म्हणतात.

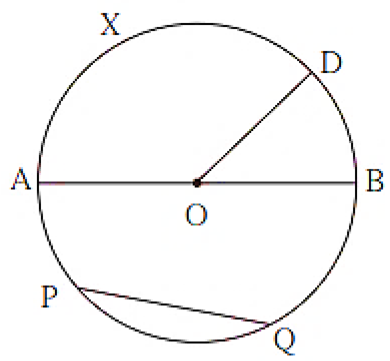
**जीवा -** वर्तुळावरील कोणतेही दोन बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाला वर्तुळाची जीवा म्हणतात.

**व्यास (d) -** वर्तुळाच्या केंद्रातून जाणाऱ्या जीवेला त्या वर्तुळाचा व्यास म्हणतात. वर्तुळाचा व्यास ही वर्तुळाची सर्वात मोठी जीवा असते.

वर्तुळाचा व्यास हा त्रिज्येच्या दुप्पट असतो.

आकृतीमध्ये बिंदू O हा वर्तुळाचा केंद्रबिंदू असून रेख OD ही त्रिज्या आहे.

तसेच रेख PQ ही जीवा असून रेख AB हा व्यास आहे.




**महत्वाची सूत्रे -**

1) व्यास = 2 × त्रिज्या किंवा त्रिज्या = $\frac{\text{व्यास}}{2}$

2) वर्तुळाचा परीघ (c) = $2\pi r$ किंवा परीघ (c) = $\pi d$

3) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ = $\pi r^2$

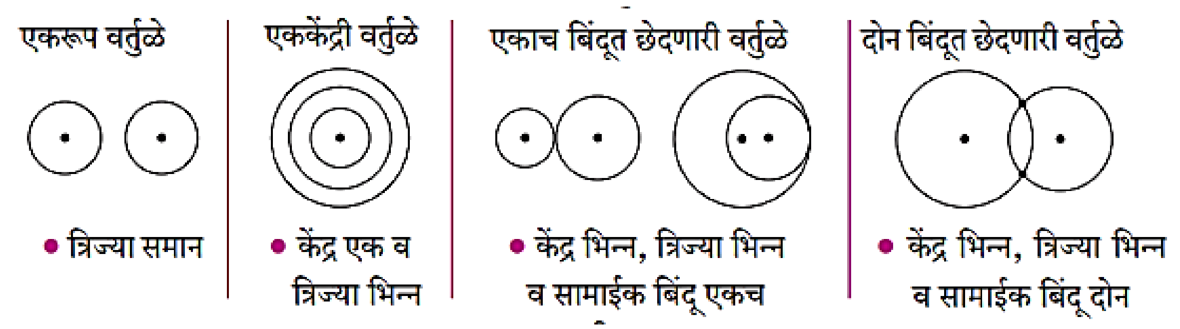
$\pi$ ही अपरिमेय संख्या असून $\pi$ ची अंदाजे किंमत $\frac{22}{7}$ किंवा 3.14 घेतात.

SCERT PUNE

**प्रतलातील वर्तुळे -**

**एकरूप वर्तुळे -** त्रिज्या समान असलेल्या वर्तुळांना एकरूप वर्तुळे म्हणतात.

**एककेंद्री वर्तुळे -** केंद्रबिंदू एकच असलेल्या वर्तुळांना एककेंद्री वर्तुळे असे म्हणतात.




## स्वाध्याय

SCERT PUNE

प्रश्न 1) खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.

i) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ काढण्यासाठी कोणते सूत्र वापरतात?

(A) $2\pi r$ (B) $\pi r^2$ (C) $\pi d$ (D) $\frac{1}{2}\pi r^2$

ii) 2.7 सेमी त्रिज्येच्या वर्तुळात जास्तीत जास्त किती लांबीची जीवा असू शकते?

(A) 2.7 सेमी (B) 5 सेमी (C) 7.2 सेमी (D) 5.4 सेमी

iii) केंद्रबिंदू O असलेल्या वर्तुळाची त्रिज्या 3.5 सेमी आहे. बिंदू A हा वर्तुळाच्या प्रतलात आहे. जर $l$(OA) = 3.7 सेमी. तर बिंदू A चे स्थान कुठे असेल?

(A) वर्तुळावर (B) वर्तुळाच्या अंतर्भागात (C) वर्तुळाच्या बाह्यभागात (D) केंद्रबिंदूवर

प्रश्न 2) खालील उपप्रश्न सोडवा.

1) एका वर्तुळाची त्रिज्या 8 सेमी आहे, तर त्या वर्तुळाच्या सर्वात मोठ्या जीवेची लांबी काढा.

2) एका वर्तुळाकृती बागेचा व्यास 70 मी आहे. तर त्या बागेचे क्षेत्रफळ काढा.

3) 14 सेमी त्रिज्या असलेली वर्तुळाकृती आकाराची तार कापली व सरळ केली असता तिची लांबी किती असेल?

**लिंक :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?contentId=do_3130185630278942721660

**दिवस : 34 वा**

**घटक :** वर्तुळ **उपघटक :** वर्तुळकंसाचे गुणधर्म

**क्षमता विधाने :** वर्तुळकंसाचे गुणधर्म समजणे व त्यांचा वापर करता येणे.

**जरा आठवुया :**

एक घोडा एका गवताळ जागेत 10 मी लांबीच्या दोराने बांधला आहे. तो घोडा ज्या भागामध्ये चरू शकेल त्या भागाचा आकार कोणता असेल?

**महत्वाचे मुद्दे :**

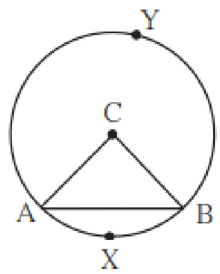
**केंद्रीय कोन -**

वर्तुळाचा केंद्रबिंदू हा ज्या कोनाचा शिरोबिंदू असतो. त्या कोनाला केंद्रीय कोन म्हणतात.

**वर्तुळकंस -**

वर्तुळाच्या जीवेमुळे वर्तुळाचे दोन भाग होतात. त्या प्रत्येक भागास वर्तुळकंस म्हणतात. वर्तुळकंसाचे तीन प्रकार आहेत. 1) लघुकंस 2) विशालकंस 3) अर्धवर्तुळकंस.

**लघुकंस व विशालकंस -** वर्तुळाच्या जीवेमुळे वर्तुळाचे होणारे दोन्ही कंस समान नसल्यास लहान कंसाला लघुकंस म्हणतात व मोठ्या कंसाला विशालकंस म्हणतात.




वर्तुळाच्या जीवेच्या ज्या बाजूला वर्तुळकेंद्र असते, त्या बाजूचा कंस हा विशालकंस असतो आणि त्याच्या विरुद्ध बाजूचा कंस हा लघुकंस असतो.

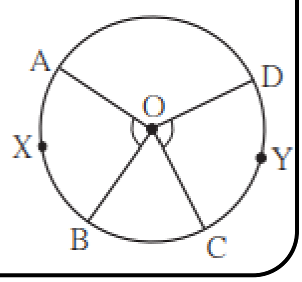
आकृतीमध्ये रेख AB ही केंद्र C असलेल्या वर्तुळाची जीवा असून $\angle ACB$ हा केंद्रीय कोन आहे. तसेच कंस AXB हा लघुकंस असून कंस AYB हा विशालकंस आहे.

**अर्धवर्तुळकंस -** वर्तुळाच्या व्यासामुळे वर्तुळाचे होणारे दोन्ही कंस समान असतात. अशा कंसांना अर्धवर्तुळकंस असे म्हणतात.

**कंसाचे मापन -**

1) संपूर्ण वर्तुळाचे माप = $360°$
2) अर्धवर्तुळकंसाचे माप = $180°$
3) लघुकंसाचे माप = संगत केंद्रीय कोनाचे माप
4) विशालकंसाचे माप = $360°$- संगत लघुकंसाचे माप

**एकरूप कंस -**



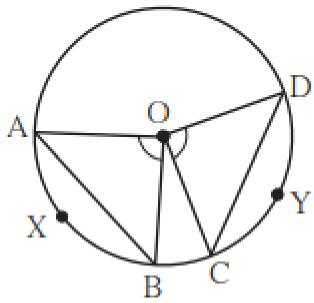

जर एकाच वर्तुळाच्या दोन कंसांची मापे समान असतील तर ते दोन कंस एकरूप असतात.

जर m(कंस AXB) = m(कंस CYD) असेल तर कंस AXB ≅ कंस CYD असते.

SCERT PUNE

## वर्तुळाची जीवा आणि संगत कंस यांचे गुणधर्म -

1) एका वर्तुळाच्या एकरूप कंसांशी निगडित असलेल्या जीवा एकरूप असतात.




O केंद्र असलेल्या वर्तुळात...

जर कंस AXB $\cong$ कंस CYD असेल

तर जीवा AB $\cong$ जीवा CD असते.

2) एका वर्तुळात दोन जीवा एकरूप असतील तर त्यांच्या संबंधित संगत लघुकंस व संगत विशालकंस एकरूप असतात.

जर जीवा AB $\cong$ जीवा CD असेल

तर कंस AXB $\cong$ कंस CYD असते.

## स्वाध्याय

प्रश्न 1) खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.

i) वर्तुळाच्या व्यासामुळे तयार होणाऱ्या वर्तुळकंसाचे माप ............. असते.

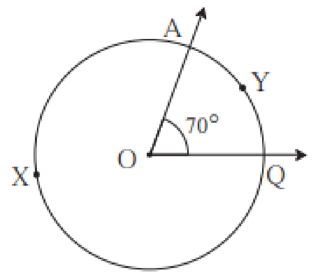
(A) 360° (B) 90° (C) 180° (D) 45°

ii) वर्तुळाच्या एका लघुकंसाचे माप 110° आहे. तर त्याच्या संगत विशालकंसाचे माप किती?

(A) 70° (B) 250° (C) 110° (D) 180°

प्रश्न 2) खालील उपप्रश्न सोडवा.

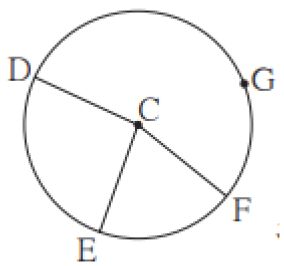
1) सोबतच्या आकृतीवरून...




a) केंद्रीय कोन, लघुकंस व विशालकंस यांची नावे लिहा.

b) जर $m\angle AOQ = 70°$ असेल तर $m$(कंस AYQ) आणि $m$(कंस AXQ) काढा.

2) केंद्र C असलेल्या वर्तुळावर G, D, E आणि F हे बिंदू आहेत. जर $m\angle ECF = 50°$ आणि $m$(कंस DGF) = 200° असेल, तर $m$(कंसDE) आणि $m$(कंस DEF) काढा.




SCERT PUNE

**लिंक :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_3125988802766684162185 7?contentId=do_3130140227593256961218

**दिवस : 35 वा**

**घटक :** वर्तुळ **उपघटक :** वर्तुळाच्या जीवांचे गुणधर्म

**क्षमता विधाने :** वर्तुळाच्या जीवांचे गुणधर्म समजणे व त्यांचा वापर करता येणे.

**जरा आठवुया :**

कोणतीही एक वर्तुळाकार वस्तू घ्या. दोऱ्याच्या साहाय्याने तिचा परीघ मोजा. आता परीघावरून त्या वस्तुची त्रिज्या काढा.

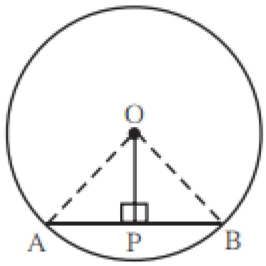
**महत्वाचे मुद्दे :**

**वर्तुळाच्या जीवेचे गुणधर्म –**

**1) प्रमेय -** वर्तुळाच्या केंद्रातून जीवेवर काढलेला लंब जीवेला दुभागतो.

आकृतीत O केंद्र असलेल्या वर्तुळाची रेख AB ही जीवा आहे.

∴ जर रेख OP ⊥ जीवा AB असेल तर रेख AP ≅ रेख BP असते.



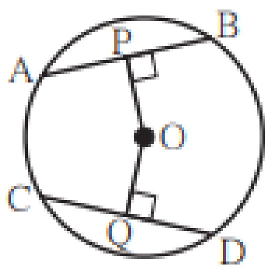

**2) व्यत्यास -** वर्तुळाचा केंद्र व जीवेचा मध्य यांना जोडणारा रेषाखंड जीवेस लंब असतो.

∴ जर बिंदू P हा जीवा AB चा मध्यबिंदू असेल तर रेख OP ⊥ जीवा AB असते.

**एकरूप जीवांचे गुणधर्म -**

**प्रमेय -** एका किंवा एकरूप वर्तुळात एकरूप जीवा वर्तुळकेंद्रापासून समान अंतरावर असतात.

सोबतच्या आकृतीत O केंद्र असलेल्या वर्तुळात रेख OP ⊥ जीवा AB आणि रेख OQ ⊥ जीवा CD आहे.




∴ जर जीवा AB ≅ जीवा CD असेल तर OP = OQ असते.

**व्यत्यास -** एका किंवा एकरूप वर्तुळात वर्तुळकेंद्रापासून समान अंतरावर असणाऱ्या जीवा एकरूप असतात.

∴ जर OP = OQ असेल तर जीवा AB ≅ जीवा CD असते.

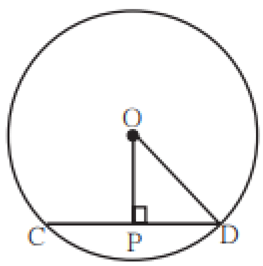
**नमुना उदाहरण -**

1) एका वर्तुळाची त्रिज्या 20 सेमी आहे. या वर्तुळाची एक जीवा वर्तुळाच्या केंद्रापासून 12 सेमी अंतरावर आहे, तर त्या जीवेची लांबी ठरवा.

**उकल :** समजा वर्तुळाचे केंद्र O असून रेख OP ⊥ जीवा CD आहे.

∴ OD = 20 सेमी आणि OP = 12 सेमी

काटकोन △OPD मध्ये पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार




$\therefore\ OD^2 = OP^2 + PD^2$

$\therefore\ 20^2 = 12^2 + PD^2$

$\therefore\ 400 = 144 + PD^2$

SCERT PUNE

$\therefore\ 144 + PD^2 = 400$

$\therefore\ PD^2 = 400 - 144$

$\therefore\ PD^2 = 256$

$\therefore\ PD = 16$ ….. (वर्गमुळ घेवून)

परंतु CP = PD …… वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.

∴ CP = 16

∴ CD = CP + PD = 16 + 16 = 32

∴ जीवेची लांबी 32 सेमी.

## स्वाध्याय

प्रश्न 1) खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.

i) एका वर्तुळाची त्रिज्या 5 सेमी असून, त्याच्या एका जीवेचे केंद्रापासूनचे अंतर 3 सेमी आहे तर त्या जीवेची लांबी किती?

(A) 5 सेमी (B) 10 सेमी (C) 6 सेमी (D) 8 सेमी

ii) वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब ………… दुभागतो.

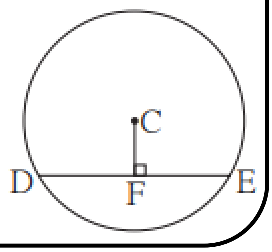
(A) त्रिज्येला (B) जीवेला (C) व्यासाला (D) परीघाला

प्रश्न 2) खालील उपप्रश्न सोडवा.

i) केंद्र P असलेल्या वर्तुळाच्या जीवा AB ची लांबी 15 सेमी आहे. जर रेख PQ ⊥ जीवा AB असेल तर $l$(QB) काढा.

ii) एका वर्तुळाचे केंद्र P असून त्याची त्रिज्या 10 सेमी आहे. जर त्या वर्तुळाच्या एका जीवेची लांबी 12 सेमी असेल तर ती जीवा वर्तुळकेंद्रापासून किती अंतरावर असेल?

iii) सोबतच्या आकृतीत केंद्र C असलेल्या वर्तुळाची रेख DE ही जीवा आहे. रेख CF ⊥ जीवा DE. जर वर्तुळाचा व्यास 20 सेमी आणि DE = 16 सेमी असेल, तर CF = किती ? हा प्रश्न सोडविण्यासाठी उपयोगी पडणारी प्रमेये आणि गुणधर्म आठवून लिहा.




**लिंक :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_3125281947850014722505972?contentId=do_313018563049422848175

https://diksha.gov.in/play/collection/do_3125281947850014722505972?contentId=do_3130185630880071681661

**दिवस :** 36 वा

**घटक :** गुणोत्तर व प्रमाण

**उपघटक :** समान गुणोत्तरावरील क्रिया

**क्षमता विधान :** विद्यार्थ्यांना समान गुणोत्तरावरील क्रिया करता येणे.

**महत्त्वाचे मुद्दे व उजळणी :**

**समान गुणोत्तरावरील क्रिया** :

**व्यस्तक्रिया:**

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ व्यस्तक्रिया करून $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

**एकांतर क्रिया :**

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ एकांतर क्रिया करून $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

**योग क्रिया:**

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ योग क्रिया करून $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

**वियोग क्रिया:**

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ वियोग क्रिया करून $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

**योग- वियोग क्रिया:**

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ योग-वियोग क्रिया करून $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

समान गुणोत्तरावरील वरील क्रिया आपण इयत्ता 9 वीत शिकलो आहोतच आता तुम्ही त्यावरील उदाहरणे सोडविण्याचा प्रयत्न करा.

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

**प्रश्न : खालील उदाहरणे सोडवा.**

1) जर $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ तर खालील किंमती काढा.

a) $\frac{b}{a}$ b) $\frac{a+b}{b}$

2) जर $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ तर खालील किंमती काढा.

a) $\frac{a-b}{b}$ b) $\frac{a+b}{a-b}$

3) जर $\frac{a}{b} = \frac{5}{2}$ तर $\frac{3a+2b}{3a-2b}$ ची किंमत काढा.

4) जर $\frac{x}{y} = \frac{7}{3}$ तर $\frac{3x^2+2y^2}{3x^2-2y^2}$ ची किंमत काढा.

SCERT PUNE

**लिंक :**

https://youtu.be/0VklDDDQ-lg

https://youtu.be/KYkkAMzVOAA

https://youtu.be/Xp4tUwZkHBs

**दिवस : 37 वा**

**घटक :** गुणोत्तर व प्रमाण

**उपघटक :** प्रमाण व परंपरित प्रमाण

**क्षमता विधान:**

1) विद्यार्थ्यांना प्रमाण व परंपरित प्रमाणावर आधारित उदाहरणे सोडविता येणे.

## महत्वाचे मुद्दे :

### प्रमाण :

जेव्हा $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ तेव्हा a, b, c, d या संख्या प्रमाणात आहेत असे म्हणतात.

यावरून आपण असे लिहू शकतो,

जर $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ तर $a \times d = b \times c$

नमुना उदाहरण:

1) जर a, b, c, d या संख्या प्रमाणात असतील व a = 5 , b = 10, c = 3 असेल तर d ची किंमत काढा.

उकल : a, b, c, d या संख्या प्रमाणात आहेत.

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\therefore a \times d = b \times c$$

$$5 \times d = 10 \times 3$$

$$d = \frac{10 \times 3}{5}$$

$$d = 6$$

SCERT PUNE

## परंपरित प्रमाण :

जेव्हा दोन समान गुणोत्तरे $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ या प्रमाणे असतात तेव्हा a, b, c या संख्या परंपरित प्रमाणात आहेत असे म्हणतात.

जर $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ असेल तर तिरकस गुणाकार करून $b^2 = ac$ हे समीकरण तयार होते.

येथे b ला a व c चा भूमितीमध्य किंवा मध्यम प्रमाणपद असे म्हणतात.

यावरून खालील विधाने समानार्थी आहेत.

1) $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ 2) $b^2 = ac$ 3) a, b, c या संख्या परंपरित प्रमाणात आहेत.

**नमुना उदाहरण:**

1) x ही संख्या 16 व 4 यांचा भूमितीमध्य आहे तर x ची किंमत काढा.

उकल : $x^2 = 16 \times 4$

$= 64$

$x = 8$

समान गुणोत्तरावरील वरील क्रिया आपण इयत्ता 9 वीत शिकलो आहोतच आता तुम्ही त्यावरील उदाहरणे सोडविण्याचा प्रयत्न करा.

## स्वाध्याय

1) जर a, b, c, d या संख्या प्रमाणात असतील व a = 4 , b = 8, c = 5 असेल तर d ची किंमत काढा.

2) जर a = 2 , b = 3 , c = 4 , d = 6 तर a, b, c, d यासंख्या प्रमाणात आहेत का ते ठरवा.

3) m हा 12 व 3 यांचा भूमितीमध्य आहे तर m ची किंमत काढा.

## लिंक

https://youtu.be/0VklDDDQ-lg,

https://youtu.be/KYkkAMzVOAA,

https://youtu.be/Xp4tUwZkHBs

SCERT PUNE

**दिवस : 38 वा**

**घटक:** गुणोत्तर व प्रमाण

**उपघटक :** गुणोत्तरावरील शाब्दिक उदाहरणे भाग-1

**क्षमता विधान :** विद्यार्थ्यांना गुणोत्तरावरील शाब्दिक उदाहरणे सोडविता येणे.

**महत्त्वाचे मुद्दे व उजळणी :**

समप्रमाण व व्यस्तप्रमाण यांवरील शाब्दिक उदाहरणे आपण इ 8 वी इयत्तेत पाहिली आहेत. दैनंदिन जीवनातील बरीच कामे करताना आपल्याला घटकांचे प्रमाण निश्चित करावे लागते तेव्हा आपल्याला **गुणोत्तर व प्रमाण** या संकल्पनेचा उपयोग होतो. चला तर मग इ 9 मध्ये पाहिलेल्या काही शाब्दिक उदाहरणांचा सराव करूयात.

**नमुना उदाहरण**

1) दोन संख्यांचे गुणोत्तर 5:7 आहे. त्यांची बेरीज 96 असेल तर त्या संख्या काढा.

**उकल :** वरील उदाहरणात प्रत्यक्ष संख्या न देता त्यांचे गुणोत्तर दिले आहे अशा वेळेस एक अशी संख्या असते तीने गुणोत्तरातील संख्यांना गुणल्यास आपल्याला खऱ्या संख्या मिळतात. तर सर्वप्रथम आपण ती संख्या शोधू.

तिला आपण x मानू,

म्हणजेच गुणोत्तराची समान पट x मानू,

म्हणून पहिली संख्या = 5x व दुसरी संख्या = 7x

आता आपल्याला दोन्ही संख्यांची बेरीज 96 आहे हे माहित आहे.

म्हणून, 5x + 7x = 96 हे झाले आपले समीकरण.

आता आपण हे समीकरण सोडवूयात.

$$5x + 7x = 96$$

$$12x = 96$$

$$X = \frac{96}{12}$$

$$\mathbf{X = 8}$$

**म्हणून त्या दोन संख्यांचा सामायिक गुणक 8 आहे.**

म्हणून पहिली संख्या = 5x = 5 x 8 = **40**

दुसरी संख्या = 7x = 7 x 8 = **56**

SCERT PUNE

## नमुना उदाहरण

1) आभा व तिची आई यांच्या वयांचे गुणोत्तर 2:5 आहे. आभाच्या जन्माच्या वेळी तिच्या आईचे वय 27 वर्षे होते. तर आभा आणि तिची आई यांची आजची वये काढा.

उकल : आभा व तिची आई यांच्या वयांच्या गुणोत्तराची समानपट x मानू,

आभाचे आजचे वय = 2x

आईचे आजचे वय = 5x

आभाच्या जन्माच्या वेळी आभाचे वय 0 वर्षे तर आईचे वय 27 वर्षे होते याचाच अर्थ होतो की दोघींच्या वयात 27 वर्षांचे अंतर आहे. म्हणून आपण खालीलप्रमाणे समीकरण तयार करू शकतो.

$$5x - 2x = 27$$

$$3x = 27$$

$$X = \frac{27}{3}$$

$$\mathbf{X = 9}$$

म्हणून आभाचे आजचे वय = 2x = 2 x 9 = **18 वर्षे**

आईचे आजचे वय = 5x = 5 x 9 = **45 वर्षे**

## स्वाध्याय

1) दोन संख्यांचे गुणोत्तर 9:5 आहे. त्यांची वजाबाकी 96 असेल तर त्या संख्या काढा.

2) दोन संख्यांचे गुणोत्तर 3:4 आहे. त्यांची बेरीज 112 असेल तर त्या संख्या काढा.

3) मीनू व तिचा भाऊ सुधीर यांच्या आजच्या वयाचे गुणोत्तर 3:4 असून दोघांच्या वयात 5 वर्षांचे अंतर असेल तर दोघांची आजची वये काढा.

SCERT PUNE

दिवस : 39 वा

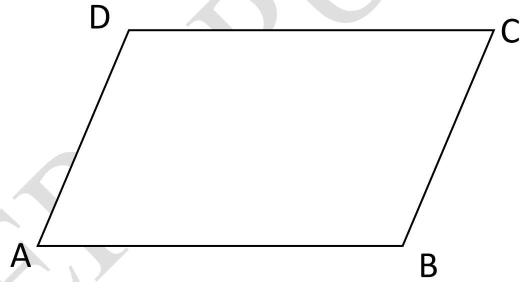
**उपघटक :** गुणोत्तरावरील शाब्दिक उदाहरणे भाग-2

**क्षमता विधान :** विद्यार्थ्यांना गुणोत्तरावरील शाब्दिक उदाहरणे सोडविता येणे.

भूमितीमधील सुद्धा काही उदाहरणे आपण गुणोत्तराची संकल्पना वापरून सोडवू शकतो. याकरिता आपल्याला त्या भौमितिक आकृत्यांचे गुणधर्म माहित असणे आवश्यक आहे.

### नमुना उदाहरण

**उदा.** समांतरभूज चौकोन ABCD मध्ये लगतच्या कोनांच्या मापाचे गुणोत्तर 2 : 3 आहे तर त्या कोनांची मापे काढा.




वरील उदाहरणात समांतरभुज चौकोनाचे लगतचे कोन पूरक असतात हा गुणधर्म वापरता येईल.

म्हणून हे उदाहरण आपण पुढीलप्रमाणे सोडवू,

गुणोत्तराची समानपट x मानू,

म्हणून $\angle A = 2x$ , $\angle B = 3x$

वरील माहितीच्या आधारे आपण पुढीलप्रमाणे समीकरण तयार करू शकतो.

$$2x + 3x = 180^0$$

$$\therefore\ 5x = 180$$

$$\therefore\ x = \frac{180}{5}$$

$$\therefore\ x = 36$$

म्हणून $\angle A = 2x = 2 \times 36 = 72^0$

$\angle B = 3x = 3 \times 36 = 108^0$

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

1) एका त्रिकोणाच्या कोनांच्या मापाचे गुणोत्तर 1:2:3 आहे तर त्या त्रिकोणाच्या कोनांची मापे काढा.

2) एका आयताच्या लगतच्या बाजूंचे गुणोत्तर 5 : 2 आहे व त्याची परिमिती 56 सेमी आहे तर त्या आयताची लांबी व रुंदी काढा.

3) एका समद्विभूज त्रिकोणाच्या एकरूप बाजूंच्या लांबीचे त्या त्रिकोणाच्या पायाशी असलेले गुणोत्तर 2:3 आहे व त्रिकोणाची परिमिती 35 सेमी आहे तर त्रिकोणाच्या सर्व बाजूंची लांबी काढा.

## लिंक

https://youtu.be/bvX8NcOcu30

https://youtu.be/k-x7FX63u7U

https://youtu.be/j4gf9ve4yFU

SCERT PUNE

**दिवस :** 40 वा

**घटक :** मुलभूत निर्देशक भूमिती **उपघटक :** बिंदू - निर्देशक व स्थान

**क्षमता विधाने**

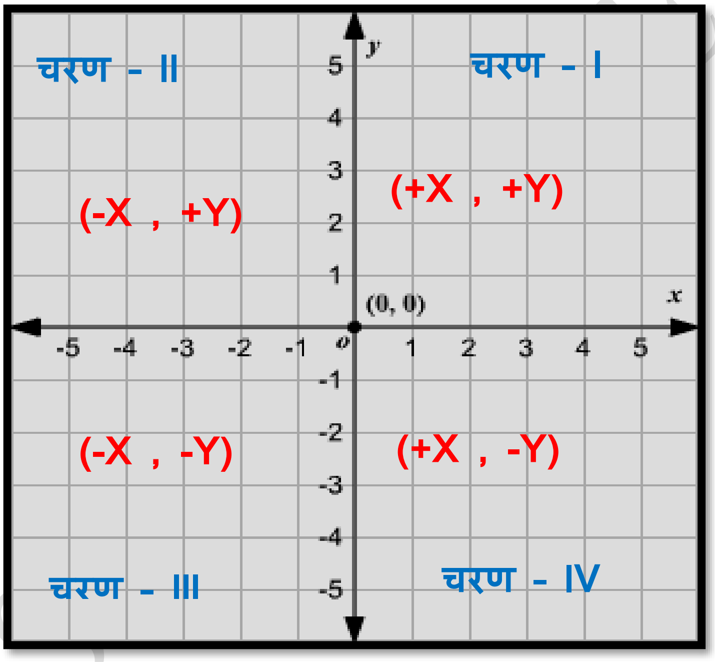
(i) प्रतलातील प्रत्येक बिंदूशी निगडीत निर्देशकांच्या जोडीचा अर्थ सांगता येणे.

(ii) निर्देशकांचा उपयोग करून विशिष्ठ बिंदूचे वर्णन करता येणे.

(iii) दिलेल्या निर्देशकांचा उपयोग करून बिंदू स्थापन करता येणे.

(iv) प्रतलातील बिंदूचे निर्देशक सांगता येणे.

**महत्वाचे मुद्दे :**




**अक्ष :** एखाद्या बिंदूचे प्रतलातील स्थान सांगण्यासाठी,त्याच प्रतलात सोयीच्या ठिकाणी काढलेल्या आडव्या रेषेला X - अक्ष असे म्हणतात.

X - अक्षावरील 0 निर्देशक असलेल्या बिंदुतून X - अक्षाला लंब असणारी दुसरी रेषा म्हणजे Y - अक्ष होय .

**आरंभबिंदू :** दोन अक्षांच्या छेदनबिंदूला आरंभबिंदू असे म्हणतात . तो O या इंग्रजी अक्षराने दाखवितात .

X - अक्षावर 0 च्या उजवीकडे धन संख्या तर डावीकडे ऋण संख्या दाखवितात.

Y - अक्षावर वरच्या बाजूला धन तर खालच्या बाजूला ऋण संख्या दाखवितात.

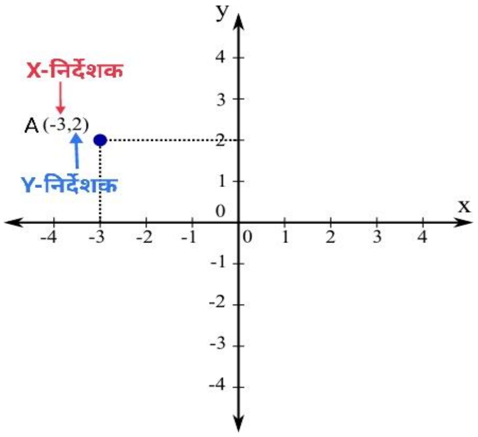
**चरण :** X आणि Y अक्षांमुळे प्रतालाचे चार विभाग होतात, त्या प्रत्येक विभागाला चरण असे म्हणतात. आकृतीमध्ये दाखविल्याप्रमाणे चरणांना प्रतीघटीवत क्रमांक दिले जातात. या चरणांमध्ये अक्षांवरील बिंदू समाविष्ट केले जात नाहीत.

### बिंदूंचे निर्देशक :

(i) बिंदूचा $x$ निर्देशक म्हणजे त्याचे Y-अक्षापासुनचे लंबांतर,तर $y$ निर्देशक म्हणजे त्याचे X-अक्षापासुनचे लंबांतर होय.

(ii) प्रतलातील प्रत्येक बिंदूशी निर्देशकांची एक आणि एकच जोडी (क्रमित जोडी) निगडीत असते.

(iii) बिंदूच्या निर्देशकांच्या क्रमित जोडीतील पहिली संख्या $x$-निर्देशक तर दुसरी संख्या $y$-निर्देशक दर्शविते.




### बिंदूचे स्थान व त्याचे निर्देशक :

(i) पहिल्या चरणातील प्रत्येक बिंदूचे निर्देशक **( + , + )** असतात.

(ii) दुसऱ्या चरणातील प्रत्येक बिंदूचे निर्देशक **( - , + )** असतात.

(iii) तिसऱ्या चरणातील प्रत्येक बिंदूचे निर्देशक **( - , - )** असतात.

(iv) चौथ्या चरणातील प्रत्येक बिंदूचे निर्देशक **( + , - )** असतात.

(v) X-अक्षावरील प्रत्येक बिंदूचा $y$ निर्देशक शून्य असतो.

(vi) Y-अक्षावरील प्रत्येक बिंदूचा $x$ निर्देशक शून्य असतो.

(vii) आरंभबिंदूचे निर्देशक ( 0 , 0 ) असतात.

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1 ला : खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.**

(i) Y – अक्षावरील कोणत्याही बिंदूचे निर्देशक कोणत्या रुपात असतात.

(A) ( a , a ) (B) ( 0 , b ) (C) ( a , 0 ) (D) ( b , b )

(ii) ( - 5 , 7 ) हा बिंदू कोणत्या चरणात असेल?

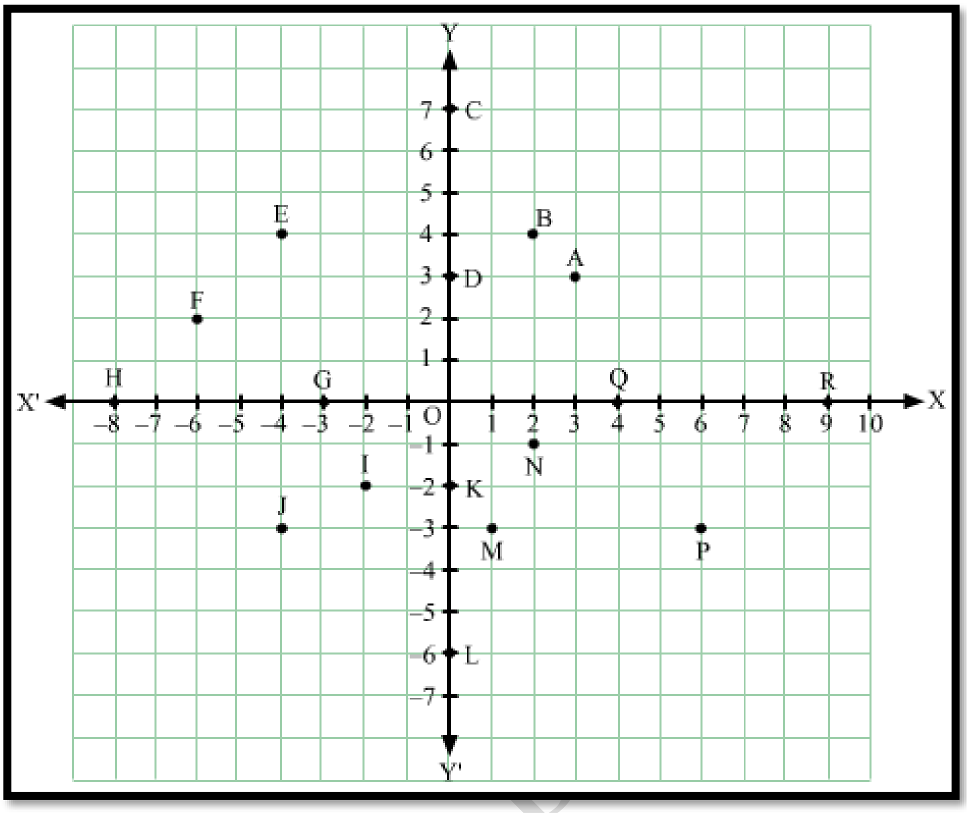
(A) चौथ्या (B) तिसऱ्या (C) दुसऱ्या (D) पहिल्या

**प्रश्न 2 रा : पुढील कृती पूर्ण करा.**

(i) खाली काही बिंदूंचे निर्देशक दिले आहेत त्यांचे स्थान सांगा.

| अ.न. | निर्देशक | चरण / अक्ष |
|---|---|---|
| 1 | ( - 4 , - 3 ) | |
| 2 | ( 0 , - 5 ) | |
| 3 | ( 3.5 , 4.2 ) | |
| 4 | ( 7 , 0 ) | |
| 5 | ( - 5 , 7.5 ) | |
| 6 | ( 0 , 3.5 ) | |
| 7 | ( - 2.1 , 0 ) | |
| 8 | ( 2 , - 3 ) | |

(ii) आलेखाचे निरीक्षण करून खालील बिंदूंचे निर्देशक लिहा.




| अ.न. | बिंदू | निर्देशक |
|---|---|---|
| 1 | P | |
| 2 | J | |
| 3 | E | |
| 4 | A | |
| 5 | H | |
| 6 | C | |
| 7 | L | |
| 8 | Q | |

(iii) एकाच निर्देशक पद्धतीवर पुढील बिंदू स्थापन करा .

A ( 4 , - 5 ), B ( 5 , 0 ), C ( 4 , 5 ), D ( 0 , 3.5 ), E ( - 3 , - 5 ), F( 0 , - 2) ,

G ( 3.5 , 2.5 ), H ( - 7 , 2 ), I ( - 7 , 0 ), O ( 0 , 0 )

**प्रश्न 3 रा : प्रतलात निर्देशक पद्धती स्थापन करा व त्यावर ( 3 , 4 ), (3 ,-4), (- 3 , - 4), (-3 , 4) हे बिंदू स्थापन करून ते क्रमाक्रमाने एकमेकांना जोडा व तयार होणाऱ्या चौकोनाचा प्रकार सांगा.**

**लिंक :**

1. कार्तेशियन प्रणाली :

**भाग 1.**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130003142421544961125

**भाग 2.**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_313000314449739776193

**भाग 3.**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130003145994567681118

**2. बिंदू स्थापन करणे : भाग 1.**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130003147452743681119

**भाग 2.**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130003148636160001138

**भाग 3.**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130003150167572481114

**भाग 4.**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_313018563168796672171

**दिवस : 41 वा**

**घटक :** निर्देशक भूमिती **उपघटक :** रेषांची समीकरणे

**क्षमता विधान :** एका चलातील रेषीय समीकरणांचे आलेख काढता येणे.

**महत्वाचे मुद्दे :**

(i) X – अक्षाला समांतर असणाऱ्या रेषेचे समीकरण $y = a$ या स्वरूपाचे असते ( $a \in R$ )

(ii) Y – अक्षाला समांतर असणाऱ्या रेषेचे समीकरण $x = b$ या स्वरूपाचे असते ( $b \in R$ )

(iii) X – अक्षाचे समीकरण $y = 0$ असते.

(iv) Y – अक्षाचे समीकरण $x = 0$ असते.

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1 ला : खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा.**

(i) Y – अक्षाला समांतर व Y – अक्षाच्या डावीकडे 3 एकक अंतरावर असलेल्या रेषेचे समीकरण कोणते असेल ?

(A) $y = 3$ (B) $y = -3$ (C) $x = 3$ (D) $x = -3$

(ii) ( 4 , 3 ) , ( - 5 , 3 ) ( 7 , 3 ) या बिंदूमधून जाणाऱ्या रेषेचे समीकरण सांगा .

(A) $y = -4$ (B) $x = 4$ (C) $y = 3$ (D) $x = -5$

**प्रश्न 2 रा : पुढील कृती पूर्ण करा.**

(i) पुढील समीकरणांचे आलेख कोणत्या अक्षाला समांतर असतील ते सांगा .

| अ.न. | समीकरण | कोणत्या अक्षाला समांतर आहे ? |
|---|---|---|
| 1 | $y - 2 = 0$ | X – अक्ष |
| 2 | $y = -1.5$ | |
| 3 | $x = -5$ | |
| 4 | $2x - 6 = 0$ | |
| 5 | $y = 5$ | |
| 6 | $x + 3 = 0$ | |
| 7 | $2x + 5 = 0$ | |
| 8 | $y + 7 = 2$ | |

SCERT PUNE

(ii) पुढील समीकरणांचे आलेख काढा.

$x = 3$ आणि $y = -5$

**सूचना :**

(i) आलेख कागदावर x आणि Y अक्ष काढा.

(ii) $x = 3$ हे दिलेले आहे म्हणून Y अक्षाच्या उजवीकडे 3 एकक अंतरावरुन Y अक्षाला समांतर रेषा काढा हा $x = 3$ चा आलेख असेल त्याला $x = 3$ असे नाव द्या.

(ii) $y = -5$ हे दिलेले आहे म्हणून X अक्षाच्या खाली 5 एकक अंतरावरुन X अक्षाला समांतर रेषा काढा हा $y = -5$ चा आलेख असेल त्याला $y = -5$ असे नाव द्या.

**प्रश्न 3 रा : खालील उपप्रश्न सोडवा .**

(1) Y – अक्षाला समांतर व Y – अक्षापासून 6 एकक अंतरावरून किती रेषा काढता येतील ? त्यांची समीकरणे लिहा.

(2) खालील समीकरणांचे आलेख काढा.

(i) $x = 5$ (ii) $y = 4$ (iii) $x = -3$ (iv) $y = -2$

SCERT PUNE

**लिंक**

1.https://diksha.gov.in/play/collection/do_3125281947850014722505977?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130185631900549121682

**दिवस : 42 वा**

**घटक :** निर्देशक भूमिती **उपघटक :** सामान्य रूपातील रेषीय समीकरणांचे आलेख

**क्षमता विधान :** सामान्य रूपातील रेषीय समीकरणांचे आलेख काढता येणे .

**जरा आठवूया :** 1) एका चलातील रेषीय समीकरणांचे आलेख अक्षांना समांतर असतात .
2) X अक्षाच्या खाली 7 एकक अंतरावरून X अक्षाला समांतर असणाऱ्या रेषेचे समीकरण सांगा.

**महत्त्वाचे मुद्दे :**

(1) $ax + by + c = 0$ ( $a \neq 0$ आणि $b \neq 0$ ) या स्वरूपातील रेषीय समीकरणांचे आलेख हे अक्षांना छेदणारे असतात .

(2) एखाद्या रेषेवरील बिंदूचे निर्देशक म्हणजे त्या रेषेच्या समीकरणाची उकल असते .

(3) सामान्य रूपातील रेषीय समीकरणाचा आलेख काढण्यासाठी त्या समीकरणाच्या तीन किंवा चार उकली मिळवाव्या लागतात . त्या उकली म्हणजे त्या रेषेवरील बिंदूंचे निर्देशक असतात . मिळवलेले बिंदू आलेख कागदावर स्थापन करून त्या समीकरणाचा आलेख काढतात .

SCERT PUNE

## स्वाध्याय

**प्रश्न 1 : खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडा .**

i) $x - y = 7$ या समीकरणासाठी $x = 3$ असताना y ची किंमत किती असेल ?

(A) 10 (B) - 10 (C) 4 (D) - 4

ii) $2x + y = 12$ या समीकरणात $y = 4$ असेल तर x ची किंमत सांगा .

(A) 8 (B) 4 (C) 6 (D) 2

**प्रश्न 2 रा : $x - y = 1$ या समीकरणाचा आलेख काढण्यासाठी पुढील कृती पूर्ण करा.**

**उकल :**

(i) $x - y = 1$

$y = 1$ ठेवून

$\therefore\ x - 1 = 1$

$\therefore\ x = 1 + 1$

$\therefore\ x = 2$

ii) $x - y = 1$

$y = 2$ ठेवून

$\therefore\ x - \boxed{\phantom{0}} = 1$

$\therefore\ x = 1 + \boxed{\phantom{0}}$

$\therefore\ x = 3$

(iii) $x - y = 1$

$y = -3$ ठेवून

$\therefore\ x - (-3) = 1$

$\therefore\ x + 3 = 1$

$\therefore\ x = 1 - \boxed{\phantom{0}}$

$\therefore\ x = \boxed{\phantom{0}}$

| $x$ | 2 | | $-2$ |
|---|---|---|---|
| $y$ | 1 | 2 | |
| $(x,y)$ | (2, 1) | | |

मिळविलेले तीन बिंदू आलेख कागदावर स्थापन करून त्या बिंदुतून जाणारी रेषा काढा .

**प्रश्न 3 रा : खालील उपप्रश्न सोडवा.**

(1) (1 , 2) , (3 , 6) , (-2 , -4) हे बिंदू आलेख कागदावर स्थापन करा. हे बिंदू एकरेषीय आहेत का ? हे ठरवा. असल्यास त्या बिंदुतून जाणारी रेषा काढा व त्या रेषेचे समीकरण ठरवा.

(2) खालील समीकरणांचे आलेख काढा .

(i) $2x + y = 5$ (ii) $y = x + 3$ (iii) $x = y$

SCERT PUNE

**लिंक :**

**1. अक्षांना समांतर रेषा -**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130185631900549121682

**2. रेषीय समीकरणांचे आलेख -**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_313018563202932736176

**दिवस : 43 वा**

**घटक :** त्रिकोणमिती **उपघटक :** त्रिकोणमितीची ओळख आणि त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे.

**क्षमता विधाने :** १. समरूप त्रिकोण आणि पायथागोरस प्रमेयाचा वापर करून सर्व त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे सांगता येतात. २. त्रिकोणमितीय गुणोत्तराचा उपयोग करता येते.

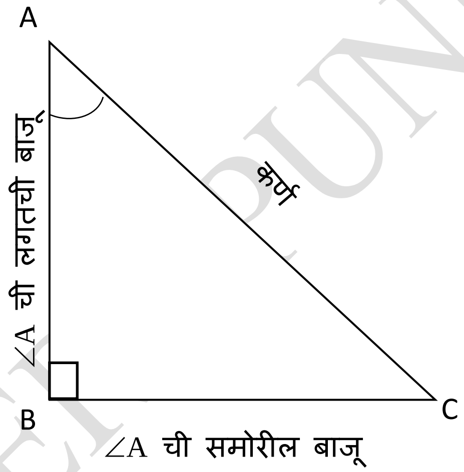
**जरा आठवूया :**

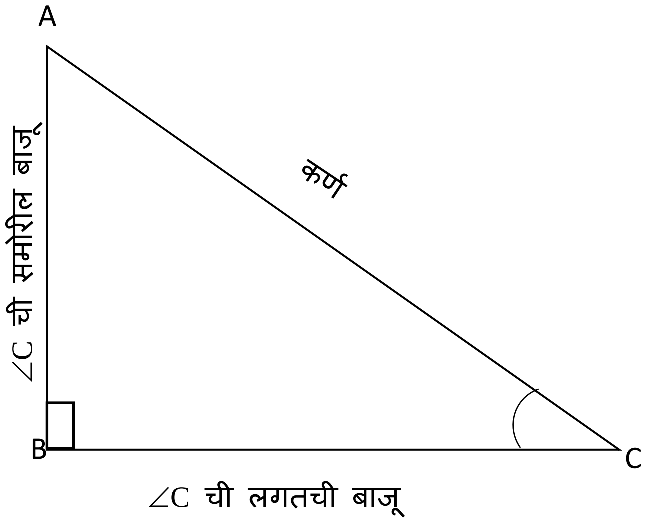
एक काटकोन त्रिकोण काढा. त्यामध्ये काटकोन, लघुकोन, कर्ण शोधा.

**महत्वाचे मुद्दे :**

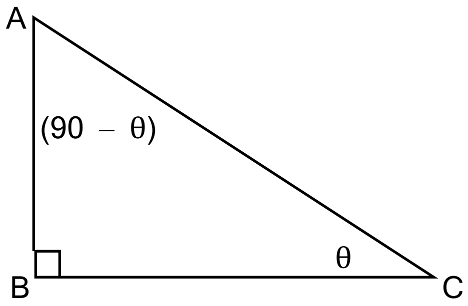
**त्रिकोणाच्या संदर्भातील काही संज्ञा (Terms related to triangle) -**

काटकोन $\Delta ABC$ मध्ये, $\angle B = 90°$ आहे तर $\angle A$ व $\angle C$ हे लघुकोन आहेत.



## त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे ( Trignometric Ratios) :




$\sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{\angle\theta \text{ च्या समोरील बाजू}}{\text{कर्ण}}$

$\cos\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{\angle\theta \text{ च्या लगतची बाजू}}{\text{कर्ण}}$

$\tan\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{\angle\theta \text{ च्या समोरील बाजू}}{\angle\theta \text{ च्या लगतची बाजू}}$

$$\tan\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{\frac{AB}{AC}}{\frac{BC}{AC}} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$\sin(90-\theta) = \frac{BC}{AC} = \cos\theta$

$\cos(90-\theta) = \frac{AB}{AC} = \sin\theta$

$\tan(90-\theta) = \frac{BC}{AC} = \cot\theta$

## त्रिकोणमितीय मूलभूत नित्य समानता :

$$\mathbf{\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1}$$

SCERT PUNE

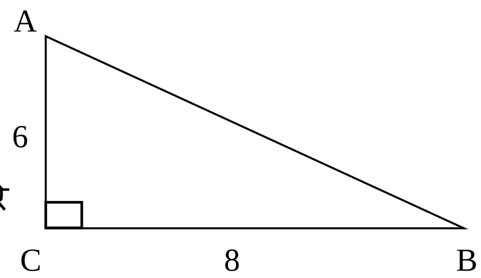
### सोडवलेले उदाहरण-

**उदा -** काटकोन $\Delta ACB$ मध्ये जर

$\angle C = 90°, AC = 6, BC = 8$ तर

$\angle A$ व $\angle B$ ची तिन्ही त्रिकाणमितीय गुणोत्तरे

काढ.




**उकल :** काटकोन $\Delta ACB$ मध्ये पायथागोरसच्या प्रमेयावरून,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$= 8^2 + 6^2$

$= 64 + 36$

$= 100$

$AB = 10$

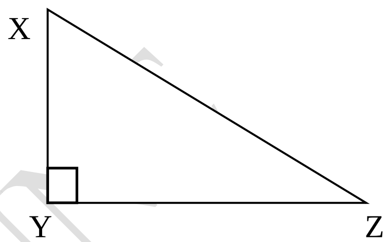
$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{10} \qquad \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{10}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{10} \qquad \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{10}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{8}{6} \qquad \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{8}$$

## स्वाध्याय

1) काटकोन $\Delta XYZ$ मध्ये $XY = 5$, $\angle Y = 90°$, $YZ = 12$ तर $\sin X$, $\cos X$, $\tan X$ काढा.
तसेच $\sin Z$, $\cos Z$, $\tan Z$ काढा.




2) खालील चौकटी पूर्ण करा.

(i) $\sin 20° = \cos \boxed{\phantom{00}}°$

(ii) $\tan 30° \times \tan \boxed{\phantom{00}}° = 1$

(iii) $\cos 40° = \sin \boxed{\phantom{00}}°$

SCERT PU

**लिंक्स :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_312585424200564736115819

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_313018563237011456178

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_313018563250192384177

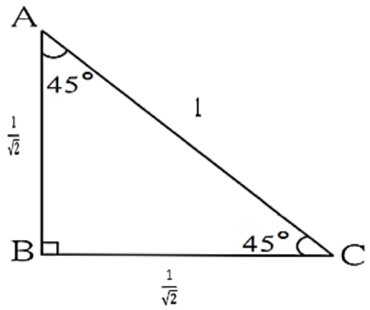
**दिवस : 44 वा**

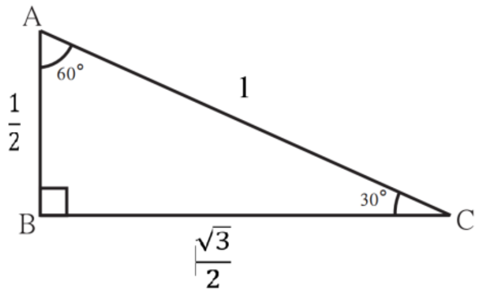
**घटक :** त्रिकोणमिती **उपघटक :** विशिष्ट मापाच्या कोनांची त्रिकोणामितीय गुणोत्तरे.

**क्षमता विधाने :** विशिष्ट मापाच्या कोनांची त्रिकोणामितीय गुणोत्तरांचे आकलन होणे.

**जरा आठवूया:**

खालील आकृतींचे निरीक्षण करा आणि काय आठवते ते पहा.




**महत्वाचे मुद्दे :**

**विशिष्ट मापाच्या कोनांची त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे**

| कोनांचे माप → / गुणोत्तरे ↓ | $0^0$ | $30^0$ | $45^0$ | $60^0$ | $90^0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| sin | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| cos | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| tan | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | ठरवता येत नाही |

**सोडवलेले उदाहरण-**

उदा (1) किंमत काढा: $2 \tan 45° + \cos 30° - \sin 60°$

उकल : $2 \tan 45° + \cos 30° - \sin 60°$

$= 2 \times 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 2 + 0$

$= 2$

उदा (2) किंमत काढा $\frac{\cos 47°}{\sin 43°}$

उकल : $47° + 43° = 90°$ म्हणजे 47 व 43 ही कोटिकोनांची मापे आहेत.

$\sin \theta = \cos (90 - \theta)$

$\sin 43° = \cos (90 - 43°) = \cos 47°$

$\frac{\cos 47°}{\sin 43°} = \frac{\cos 47°}{\cos 47°} = 1$

**स्वाध्याय**

प्रश्न 1) खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या उत्तराचा अचूक पर्याय निवडा.

(i) $\sin 0°$ ची किंमत खालील पैकी कोणती?

(A) 1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(ii) $4 \tan 45° + 2 \cos 45° - 2 \sin 45° =$ किती?

(A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) - 4

प्रश्न 2) किमती काढा.

(i) $2 \cos 60° + 5 \tan 45°$

(ii) $\frac{4}{5} \tan^2 30° + 3 \sin^2 30°$

(iii) $\cos^2 45° + \sin^2 30°$

(iv) $2 \sin 30° + \cos 0° + 3 \sin 90°$

(v) $\cos 60° \times \cos 30° + \sin 60° \times \sin 30°$

**लिंक्स :**

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130185632768655361172

https://diksha.gov.in/play/collection/do_312528194785001472250597?referrer=utm_source%3Dmobile%26utm_campaign%3Dshare_content&contentId=do_3130185632642908161171

SCERT PUNE

# अंतिम चाचणी

**दिवस :** 45 वा

**इयत्ता :** 10 वी | **विषय :** गणित (भाग 1 व 2)
**वेळ :** 2 तास | **गुण :** 30

**Q.1. खालील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या दिलेल्या उत्तरांपैकी अचूक पर्याय निवडून त्याचे वर्णाक्षर लिही.** **[6 गुण]**

**i)** खालीलपैकी नैसर्गिक संख्या संच कोणता?
A) {…-2, -1, 0, 1, 2…} B) {1,2,3, . . .} C) {0, 1, 2, 3, . . .} D) {-1, -2, -3, . . .}

ii) $p = 3$ असताना $p^2 - 9$ या बहुपदीची किंमत------------- असेल.
A) 18 B) -18 C) 0 D) 1

iii) $x + y = 4$ या दोन चलातील समीकरणासाठी $x = 2$ असताना y ची किंमत.......असेल.
A) -2 B) 4 C) -4 D) 2

iv) -------------चौकोनाच्या लगतच्या बाजूंच्या सर्व जोड्या एकरूप असतात.
A) आयत B) समांतरभूज चौकोन C) समलंब चौकोन D) समभुज चौकोन

v) तीन भिन्न बिंदूंना समाविष्ट करणाऱ्या किती रेषा असतात?
A) दोन B) तीन C) एक किंवा तीन D) सहा

vi) एका त्रिकोणाच्या दोन भुजा 5 सेमी व 1.5 सेमी असतील तर त्रिकोणाच्या तिसऱ्या भुजेची लांबी. . . . . . नसेल.
A) 3.7 सेमी B) 4.1 सेमी C) 3.8 सेमी D) 3.4 सेमी

**Q.2. खालील उपप्रश्न सोडवा** **[4 गुण]**

**i)** 2 व 8 चा भूमितीमध्य काढा.

**ii)** $x^2 - 25$ चे अवयव पाडा.

**iii)** समांतरभुज चौकोनाच्या एक कोनाचे माप 40° आहे, तर त्याच्या लगतच्या कोनाचे माप किती?

**iv)** $\Delta PQR$ मध्ये जर $\angle R > \angle Q$ तर खालीलपैकी कोणते विधान सत्य असेल.
(A) $QR > PR$ (B) $PQ > PR$ (C) $PQ < PR$ (D) $QR < PR$

**Q.3. खालील उपप्रश्न सोडवा** **[14गुण]**

**i)** जर $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$ तर $\frac{a+b}{a-b}$ ची किंमत काढा.

**ii)** $x - y = 11$ या समीकरणाच्या कोणत्याही दोन उकली लिहा.

**iii)** $x^2 - 3x - 28$ या बहुपदीचे अवयव पाडा.

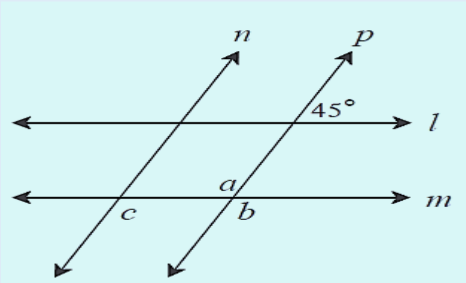
**iv)** किंमत काढाः $5 \sin 30° + 3 \tan 45°$

**v)** खालील बिंदू कोणत्या चरणात किंवा अक्षावर आहेत ते लिहा.

(i) A (12, 0) (ii) B (-5, -2) (iii) C (2, 10) (iv) D (15, -18)

**vi)** एका वर्तुळाची त्रिज्या 10 सेमी असून जीवेची लांबी 16 सेमी आहे, तर त्या जीवेचे केंद्रापासूनचे अंतर काढा.

**vii)** आकृती मध्ये रेषा l || रेषा m व रेषा n || रेषा p आहे. आकृतीतील मापावरून $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ ची मापे काढा.

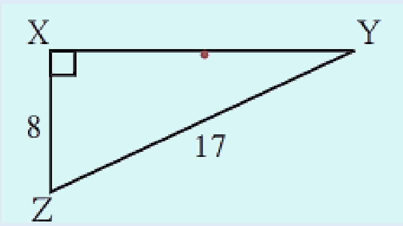



**Q.4. खालील उपप्रश्न सोडवा** **[6 गुण]**

**i)** खालील एकसामायिक समीकरण सोडवा.

$2x + 3y = 18; \ x + y = 7$

**ii)** काटकोन $\Delta YXZ$ मध्ये, $\angle X = 90°$, $XZ = 8$ सेमी, $YZ = 17$ सेमी तर $\sin Y$, $\cos Y$, $\tan Y$, $\sin Z$, $\cos Z$, $\tan Z$ काढा.



# उत्तर सूची

## दिवस 1ला (संच- संबोध व लिहिण्याची पद्धती आणि त्यातील घटक लिहिण्याची पद्धत)

**प्र.1** (i) A (ii) C (iii) B

**प्र.2** **1)** A = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19} **2)** B = {c, r, l, k, e, t}

**3)** C = {a, e, i, o, u} **4)** D= {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48}

**5)** E= {1, 4, 9, 16, 25, 36, 49}

## दिवस 2 रा (उपसंच)

**प्र.1** **(i)** B **(ii)** C

**प्र.2** **1)** {2}, {3}, {5}, {7}, {11}, {2,3}, {2,5}, {2,7}, {2,11}, {3,5}, {3,7}, {3,11}, {5,7}, {7,11}, {2,3,5}, { } याप्रमाणे कोणतेही चार.

**2)** $D \subseteq C$ **3)** $Y \subseteq X$, $Z \subseteq X$, $T \subseteq X$, $Y \subseteq T$

SCERT PUNE

## दिवस 3 रा (भूमितीतील मूलभूत संबोध)

1) अनंत 2) एक आणि एकच 3) एक आणि एकच 4) होय 5) होय 6) एक बिंदू 7) एक रेषा

## दिवस 4 था ( युक्लिडची भूमिती)

**1)** पर्याय 1 - जेव्हा A - B - C तेव्हा 2, पर्याय 2 - जेव्हा A - C - B तेव्हा 18,

**2)** (-8, 2) **3)** 9

## दिवस 5 वा (रेषा आणि कोन)

**1)** होय **2)** नाही **3)** नाही **4)** दोन्ही कोनांच्या मापांची बेरीज $90^\circ$ असेल तेव्हा. 5) नाही.

## दिवस 6 वा (युक्लिडची भूमिती)

1) जर चौकोन चक्रीय असेल तर त्याचे संमुख कोन पूरक असतात.

2) जर चौकोनाचे कर्ण एकरूप असतील तर तो चौकोन आयात असतो.

3) पक्ष - $\Delta ABC$ मध्ये, बाजू $AB \cong$ बाजू $BC \cong$ बाजू $AC$, साध्य - $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$

## दिवस 7 वा (परिमेय संख्यांचे गुणधर्म )

**प्र.1** (i) B (ii) C

**प्र.2 i)** 30, 80, 40, $\frac{50}{7}$ **2)** - 28 , - 4

## दिवस 8 वा (सजातीय करणींवरील क्रिया : बेरीज आणि वजाबाकी)

**प्र.1 (i)** D **(ii)** C

**प्र.2 1)** $23\sqrt{7}$ **2)** $7\sqrt{5}$ **3)** $-25\sqrt{3}$

## दिवस 9 वा (सजातीय करणींवरील क्रिया : गुणाकार आणि भागाकार)

**प्र.1 (i)** C **(ii)** A

**प्र.2 1)** $36\sqrt{5}$ **2)** 8 **3)** 11 $-4\sqrt{10}$ 4) (i) $\frac{\sqrt{11}}{11}$ ii) $\frac{3\sqrt{7}}{35}$

## दिवस 10 वा ( समांतर रेषांचे गुणधर्म )

**प्र.1 :** 1. C , 2. B , 3. D

**प्र.2 :** 1. ∠CSQ , ∠CSQ , 120° , 180°

2. आंतरव्युत्क्रम कोनांची जोडी , 70° , 180° , 110°

3. ∠b , ∠c , ∠b , ∠b

4. बाजू SR , ∠s , 65° , 115°

**प्र. 3 :** (i) ∠a = 50° , ∠q = 130° , ∠r = 50° , ∠s = 130° (ii) x = 36°

## दिवस 11 वा ( रेषांच्या समांतरतेच्या कसोट्या)

**प्र. 1 :** 1. A , 2. B

**प्र. 2 :** 1. रेषा $l$ ∥ रेषा m , ∠a , ∠b , रेषा m

2. 130° , विरुद्ध कोनांचा गुणधर्म , 130° , समांतर रेषांची आंतरकोन कसोटी

**प्र. 3 :** (i) रेषा p ही रेषा q ला समांतर नाही.

## दिवस 12 वा ( बहुपदीची कोटी , बहुपदीचे प्रमाणरूप, बहुपदीचे सहगुणकरूप)

**प्र. 1 :** 1) C 2) A 3) D

**प्र. 2 :** तक्ता 1 : 1) 5 2) 8 3) 9

तक्ता 2 : 1) $5d^4+4d^3-3d^2+1$ 2) $-3y^5-y^4+7y^3+6y^2+10$ 3) $8p^3+9p^2+5p-9$

SCERT PUNE

तक्ता 3 : 1) (7,-8,3)     2) (9,7,-5,9)     3) (10,-4)

तक्ता 4 : 1) $(x^2 - 2x + 3)$     2) $(x^3 + 0x^2 + 0x - 3) / (x^3 - 3)$

3) $(-4x^4 + 0x^3 + 1x^2 + 2x + 9) / (-4x^4 + 1x^2 + 2x + 9)$

## दिवस 13 वा ( बहुपदींवरील क्रिया )

**प्र. 1 :** 1) नाही  2) नाही  3) होय  4) होय

**प्र. 2 :** 1) a) $7b^2 - 4b$  b) $13w^2 + 15w^3 + 2w - 18$

2) a) $-a^4 - 20a^2 + 1$  b) $3a^2 + 5a - 11$

3) a) $9p^2 + 27$  b) $-45a^3 + 15a^2$  c) $15q^2 - 1q - 6$  d) $-6b^3 - 7b^2 + 24b$

## दिवस 14 वा ( चलाची किंमत दिली असता बहुपदीची किंमत काढणे.)

**प्र. 1 :** 1) 7  2) 2  3) -13

**प्र. 2 :** 1) 3 ,4, 18, 84  2) -2, 8, 4, 12

**प्र. 3 :** 1) 3  2) 23  3) 1

## दिवस 15 वा ( बहुपदीचे अवयव पाडणे.)

**प्र. 1 :** 1) a  2) b  3) c

**प्र. 2 :** 1) 15x, 3x,(x-3), (5x+3)  2) 3n, 2n, (n-3), (n-2)  3) $p^2$, (p+5), 2,(p+2)

**प्र. 3 :** 1) 6x (x – 9)  2) 7 (p-3) (p+3)  3) (a+14) (a-3)  4) $2(h+3)^2$  5) 3(k-5) (k-1)

## दिवस 17 वा ( त्रिकोणांचे प्रकार )

**प्र. 1)** (1) D  (2) C

**प्र. 2)** ∠ACB, 50°, ∠DBC, 60°

**प्र. 3)** विशालकोन त्रिकोण

**प्र. 4)** 5.5सेमी

## दिवस 18 वा ( त्रिकोणांची एकरूपता)

**प्र. 1)** (1) B  (2) B  (3) A

**प्र. 2)** (a) LM  (b)UV  (c) TV, LN  (d) T  (e) M  (f) V, N

**प्र. 3)** 1) बाकोबा कसोटी  2) कर्ण-भुजा कसोटी  3) बाकोको कसोटी

**प्र. 4)** ∠CAD, बाजू AD, बाकोबा कसोटी, ∠C

SCERT PUNE

## दिवस 19 वा (30°-60°-90° व 45°-45°-90° त्रिकोणाचे गुणधर्म)

**प्र. 1)** (1) B (2) D

**प्र. 2)** 45°, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 2

**प्र. 3)** 8सेमी, $4\sqrt{3}$ सेमी

## दिवस 20 वा ( समरूप त्रिकोण)

**प्र. 1)** (1) D (2) B

**प्र. 2)** (a) ∠X, ∠Y, ∠Z (b) ST, YZ, RS

**प्र. 3)** (a) ∠U, 70° (b) ∠V, 50° (c) 180°, 60°

## दिवस 21 वा ( त्रिकोणांचे काही गुणधर्म )

**प्र. 1)** (1) A (2) D

**प्र. 2)** (a) ∠ACD (b) ∠A, ∠B (c) दुरस्थ आंतरकोनाचे प्रमेय (d) 125°

**प्र. 3)** 5सेमी, 7.5सेमी

## दिवस 22 व 23 वा ( त्रिकोण रचना )

भौमितीक कंपासपेटीतील साहित्याचा वापर करून विद्यार्थ्यांनी स्वत: रचना कराव्यात.

## दिवस 24 वा (दोन चलातील रेषीय समीकरणे - संकल्पना)

**प्र.1) :** 1) (15, 6), (17, 4), (25, -4), (-6, 27), याप्रमाणे
2) (2, 14), (8, 8), (20, -4), (-2, 18) याप्रमाणे
3) (27, 2), (30, 5), (26, 1), (35, 10) याप्रमाणे
4) (15, 1), (18, 4), (16, 2), (20, 6) याप्रमाणे

**प्र.2) :** x , y ,12, 10, 6, 4, 12, 10, 6, 4

**प्र.3) :** i) (-2, 14), (8, 4), (10, 2), (3, 9) याप्रमाणे
ii) (6, 2), (4, 0), (12, 8), (20, 16) याप्रमाणे

**प्र.4) :** x + y = 14 , x - y = 6 , x + y = 5 , x + y = 7 , x - y = 13 याप्रमाणे

## दिवस 25 वा (एकसामायिक समीकरणे- संकल्पना आणि चलाचा लोप करून समीकरणाची उकल काढणे.)

**प्र.1) :** 1) x + y = 58 , x - y = 4
2) x + y = 74 , x - y = 10
3) x + y = 56 , x - y = 18

**प्र.4) :** i) (3, 1) ii) (2, -3) iii) (6, 3)

SCERT PUNE

**दिवस 26 वा** (एका चलाची किंमत दुसऱ्या चलाच्या रुपात ठेवून चलाचा लोप करणे.)

**प्र.1) :** 1) ( 2, 1)   2) (8, 3)   3) (3, -1)   4) (5, -2)

**दिवस 27 वा** ($ax + by = p$ व $bx + ay = q$ प्रकारच्या एकसामायिक समीकरणाची उकल.)

**प्र.1) :** i) x + y = 4 ;   x - y = -2

ii) x + y = 6 ;   x - y = 2

**प्र.2) :** 1) m = 2 ; n = -1   2) x = 3 ; y = 1

**दिवस 28 वा** (एकसामायिक समीकरणावरील शाब्दिक उदाहरणे भाग 1)

**प्र.1) :** i) C   ii) A

**प्र.2) :** 1) युसुफचे वय = 33 वर्षे व अजयचे वय = 18 वर्षे

2) तो अपूर्णांक = $\frac{4}{11}$   3) ती संख्या = 75

**दिवस 29 वा** (एकसामायिक समीकरणावरील शाब्दिक उदाहरणे भाग 2.)

**प्र.1) :** i) C

**प्र.2) :** 1) 2 पुस्तके = 12 रु. आणि 3 पेन = 21 रु.   2) $84^0$ व $96^0$

3) आयताची लांबी 16 आणि रुंदी 10

**दिवस 31 वा** (चौकोन व चौकोनाचे प्रकार.)

**प्र.1) :** i) D  ii) C

**प्र.2) :** 1) चौरस , आयत  2) चौरस, समभूज चौकोन  3) चौरस 4) आयत

**प्र.3) :** a) RS  b) PS  c) R  d) $180^0$

**प्र.4) :** लांबी 8 सेमी व परिमिती 28 सेमी

**दिवस 32 वा** (चौकोन व त्रिकोणाचे काही गुणधर्म.)

**प्र.1) :** i) B

**प्र.2) :** i) असत्य   ii) असत्य   iii) सत्य iv) सत्य

**प्र.3) :** त्रिकोणाच्या दोन बाजूंच्या मध्यबिंदूचे प्रमेय, EF, 5.6 , 11.2

**प्र.4) :** $160^0$

**प्र.5) :** लांबी 10 सेमी , रुंदी 6 सेमी

SCERT PUNE

## दिवस 33 वा (वर्तुळाचे विविध घटक.)

**प्र.1) :** i) B ii) D iii) C

**प्र.2) :** 1) 16 2) 3850 चौ.मी. 3) 88 सेमी

## दिवस 34 वा (वर्तुळकंसाचे गुणधर्म.)

**प्र.1) :** i) C ii) B

**प्र.2) :** 1) a) केंद्रीय कोन $\angle AOQ$, लघुकंस : कंस AYQ, विशालकंस : कंस AXQ

b) $70^0$, $290^0$

2) $110^0$ , $160^0$

## दिवस 35 वा (वर्तुळाच्या जीवांचे गुणधर्म )

**प्र.1) :** i) D ii) B

**प्र.2) :** 1) 7.5 सेमी 2) 8 सेमी 3) 6 सेमी

## दिवस 36 वा ( समान गुणोत्तरावरील क्रिया )

1) a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{5}{2}$

2) a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{1}$

3) $\frac{19}{11}$

4) $\frac{165}{129}$

## दिवस 37 वा ( प्रमाण व परंपरित प्रमाण )

1) 10 2) होय 3) 6

## दिवस 38 वा ( गुणोत्तरावरील शाब्दिक उदाहरणे भाग-1)

1) 216, 120 2) 48, 64 3) 15 वर्षे व 20 वर्षे

SCERT PUNE

## दिवस 39 वा ( गुणोत्तरावरील शाब्दिक उदाहरणे भाग-2)

1) $30^{\circ}$, $60^{\circ}$, $90^{\circ}$
2) 20 सेमी, 8 सेमी
3) 10 सेमी, 10 सेमी, 15 सेमी

## दिवस 40 वा ( बिंदू , निर्देशक व स्थान )

**प्र. 1 ला** : (i) B , (ii) C

**प्र. 2 रा :**

**(i)**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. चरण - III | 2. Y - अक्ष | 3 . चरण - I | 4. X - अक्ष |
| 5. चरण - II | 6. Y - अक्ष | 7. X - अक्ष | 8. चरण - IV |

**(ii)**

| | | | |
|---|---|---|---|
| P ( 6 , - 3 ) | J ( - 4 , - 3 ) | E ( - 4 , 4 ) | A ( 3 , 3 ) |
| H ( - 8 , 0 ) | C ( 0 , 7 ) | L ( 0 , - 6 ) | Q ( 4 , 0 ) |

**प्र. ३ रा :** आयत ( काटकोन चौकोन )

## दिवस 41 वा ( रेषांची समीकरणे )

**प्र. 1 ला :** (i) D , (ii) C

**प्र. 2 रा : (i)**

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1) X - अक्ष | (2) X - अक्ष | (3) Y - अक्ष | (4) Y - अक्ष |
| (5) X - अक्ष | (6) Y - अक्ष | (7) Y - अक्ष | (8) X - अक्ष |

**प्र. 3 रा** : (1) 2 , $x = 6$ व $x = -6$

## दिवस 42 वा ( सामान्य रूपातील रेषीय समीकरणांचे आलेख)

**प्र. 1 ला :** (i) D , (ii) B

**प्र. 2 रा :** 2 , 2 , 3 , - 2 , 3 , ( 3 , 2 ) , - 3 , ( - 2 , - 3 )

**प्र. 3 रा :** दिलेले बिंदू एकरेषीय आहेत ,

रेषेचे समीकरण : $y = 2x$ किंवा $2x - y = 0$

SCERT PUNE

**दिवस 43 वा** ( त्रिकोणमितीची ओळख आणि त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे)

1. $\sin X = \frac{12}{13}$, $\cos X = \frac{5}{13}$, $\tan X = \frac{12}{5}$, $\sin Z = \frac{5}{13}$, $\cos Z = \frac{12}{13}$, $\tan Z = \frac{5}{12}$.

2. (i) 70° (ii) 60° (iii) 50°

**दिवस 44 वा** (विशिष्ट मापाच्या कोनांची त्रिकोणामितीय गुणोत्तरे.)

1. (i) B (ii) C

2. (i) 6 (ii) $\frac{61}{60}$ (iii) $\frac{3}{4}$ (iv) 5 (v) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

SCERT PUNE

SCERT PUNE